

2015 年第十二届五一数学建模联赛

承 诺 书

我们仔细阅读了五一数学建模联赛的竞赛规则。

我们完全明白，在竞赛开始后参赛队员不能以任何方式（包括电话、电子邮件、网上咨询等）与本队以外的任何人（包括指导教师）研究、讨论与赛题有关的问题。

我们知道，抄袭别人的成果是违反竞赛规则的，如果引用别人的成果或其它公开的资料（包括网上查到的资料），必须按照规定的参考文献的表述方式在正文引用处和参考文献中明确列出。

我们郑重承诺，严格遵守竞赛规则，以保证竞赛的公正、公平性。如有违反竞赛规则的行为，我们愿意承担由此引起的一切后果。

我们授权五一数学建模联赛组委会，可将我们的论文以任何形式进行公开展示（包括进行网上公示，在书籍、期刊和其他媒体进行正式或非正式发表等）。

我们参赛选择的题号为（从 A/B/C 中选择一项填写）： B

我们的参赛报名号为： _____

参赛组别（研究生或本科或专科）： 本科

所属学校（请填写完整的全名） _____

参赛队员（打印并签名）： 1. _____

2. _____

3. _____

日期： 2015 年 5 月 3 日

获奖证书邮寄地址： _____ 邮政编码 _____

收件人姓名： _____ 联系电话： _____

2015 年第十二届五一数学建模联赛
编 号 专 用 页

竞赛评阅编号（由竞赛评委会评阅前进行编号）：

评阅记录

评 阅 人						
评 分						
备 注						

裁剪线

裁剪线

裁剪线

竞赛评阅编号（由竞赛评委会评阅前进行编号）：

参赛队伍的参赛号码：

B 题 空气污染问题研究

摘要:本文针对京津冀地区空气污染问题进行了深入研究。

针对问题一：首先，通过查阅国标和美标的建立和计算方式分析其空气质量指数公式的优缺点；其次，利用层次分析法求出各个污染项目的权重从而建立衡量空气质量优劣程度等级的数学模型。

针对问题二：首先，经过查找数据后分析数据与污染源之间的关系。采取自下而上方法（即按测数据反演法）编制相关的数据表从而可以更直观的反映京津冀地区主要污染源。其次，通过层次分析和因子分析相结合的方法，取污染物中具有代表性的 SO_2 、 NO_x 、 $PM_{2.5}$ 、 PM_{10} 和扬尘等五种主要污染项目对空气质量的影响进行研究，利用变权函数对京津冀地区的各种污染物数据进行“动态加权”得到综合污染指标，对综合污染指标进行排序和分类，从而得到影响空气质量的主要污染源的性质和种类。

针对问题三：首先，确定出单污染源且只考虑污染物质为氨氧化物情况下，由于高斯烟羽模型具有假定风速风向都不变的局限性，实际情况需要考虑风力、风向、降雨量等情况，由此建立修正高斯烟羽模型；其次，利用高斯模型的修正模型，求解出一定范围内的空气污染扩散分布；最后，当污染源停止排放时，利用相关性，对已排放污染气体在一定空间范围内的分布情况作出大致分析，求解出距离污染源一定范围内不同位置的不同时间段的空气污染浓度分布和空气质量等级。

针对问题四：首先，利用问题三中的单排放源气体扩散模型，由于不同时间段的排放量不同，可以求解出相同位置不同时间段的空气污染浓度；其次，由于不同的位置排放量不同，可以求解出同一时间内不同位置的空气污染浓度；最后，将两者进行综合分析，利用已有数据，通过灰色预测模型可以解出北京市二环、四环、六环路不同时间段空气污染浓度梯度变化。

针对问题五：根据建立的模型和求解结果，分析出影响空气质量的关键参数，由于地区的实际情况不尽相同，可就整个京津冀地区和各省市各自的治理分别给出了可行性措施和建议。

关键字: 层次分析法、动态加权、优化高斯烟羽模型、灰色预测模型

1. 问题重述

近十年来,我国 GDP 持续快速增长,但经济增长模式相对传统落后,对生态平衡和自然环境造成一定的破坏,空气污染的弊病日益突出,特别是日益加重的雾霾天气已经干扰到社会的出行秩序和生活质量。国家能源委员会《新能源产业振兴和发展规划》等“国家新能源发展战略”政策的出台,说明国家已经把能源环境问题上升到国家安全级别,经济发展转型、节能减排、能源利用新途径和发展新能源等方面的问题亟待解决。

一般认为影响空气质量的主要因素有 PM2.5、PM10、二氧化氮、二氧化硫、一氧化碳、臭氧、硫化氢、碳氢化合物和烟尘等,以京津冀地区为研究对象解决以下问题:

(1) 参考现有国标和美标,建立衡量空气质量优劣程度等级的数学模型。

(2) 查找数据并列出京津冀地区主要污染源及其污染参数,分析影响空气质量的主要污染源的性质和种类。

(3) 建立单污染源空气污染扩散模型,描述其对周围空气污染的动态影响规律。现有河北境内某一工厂废气排放烟囱高 50m,主要排放物为氮氧化物。早上 9 点至下午 3 点期间的排放浓度为 $406.92\text{mg}/\text{m}^3$,排放速度为 $1200\text{m}^3/\text{h}$;晚上 10 点-凌晨 4 点期间的排放浓度为 $1160\text{mg}/\text{m}^3$,排放速度为 $5700\text{m}^3/\text{h}$;通过你的扩散模型求解该工厂方圆 51 公里分别在早上 8 点、中午 12 点、晚上 9 点空气污染浓度分布和空气质量等级。

(4) 建立多污染源空气污染扩散模型,并以汽车尾气污染源为例求解分析以下问题:北京在 2015 年 1 月 15 日已经连续三天发生重污染,假设从 16 日开始北京启动汽车单双号限行交通管制措施,求解北京市二环、四环、六环路在 16 日早上 8 点、中午 12 点、晚上 9 点时空气污染浓度梯度变化及空气质量等级。

(5) 根据你们的模型和求解结果,分析总结影响空气质量的关键参数,为京津冀地区环保部门撰写一份建议报告,给出实现“APEC”蓝天的可行性措施和建议。

2. 问题分析

问题一的分析:

问题一要求参考现有的国标和美标,建立能够衡量空气质量优劣程度等级的数学模型。首先我们要分析国标和美标的建立方式和其空气质量指数公式的优缺点并根据国标公式确定空气质量指数;其次,通过计算结果可以看出只有空气质量分数的最大值对最终结果有影响,这样的计算方法对数据的利用率比较低,为了能充分利用所得数据并且大致确定各个污染项目对空气质量的影响程度;最后,利用层次分析法建立模型求出各个污染项目的权重从而建立衡量空气质量优劣程度等级的数学模型。

问题二的分析:

问题二的第一小问,要求我们查找数据并列出京津冀地区主要污染源及其污染参数。通过大量查找数据后分析数据与污染源之间的关系。采取自下而上方法(即按测数据反演法)编制的相关的数据表从而可以更直观的反映京津冀地区主要污染源。关于第二小问,我们只考虑 SO_2 、 NO_x 、 $\text{PM}_{2.5}$ 、 PM_{10} 和扬尘等五种污染物对环境的综合影响。

由于人类对空气中污染物浓度的敏感程度符合 S 形曲线,因此,构造 S 形变权函数。利用该变权函数对各监测点的各种污染物浓度进行“动态加权”得到综合污染指标,再利用综合污染指标进行排序和分类,从而得到影响空气质量的主要污染源的性质和种类。

问题三的分析:

本题主要考虑的问题有:(1)单污染源中含有多种污染物质,且每一项污染源中每

种污染物的含量在总污染中的比重有很大的差异；（2）每一项污染源的排放浓度和排放速度对空气污染有直接的关系；（3）每一项排放污染源的排放时间也有一定的差异，这对各个时间段空气中的污染含量有很大的影响；（4）空气污染扩散与多种因素有关，我们主要考虑每个地区的的地形、风向、风速和降雨量等因素。现有河北境内某一工厂废气排放，以工厂废气排放为单污染源，且以氮氧化物为主要污染物质。本题通过对各个时间段的排放量的不同可以求解该工厂方圆51公里分别在早上8点、中午12点、晚上9点空气污染浓度分布，并进行空气质量等级划分。

问题四的分析：

上述我们已经建立了单污染源空气污染扩散模型，在此基础之上，我们利用多元分析建立多污染源空气扩散模型。以汽车尾气为污染源，每辆汽车可以看成一个污染源。假设每辆汽车的源强一样，且当地的风向、大小保持不变。由于每天有上下班高峰期，空气污染浓度会有很大的变化，且在不同的位置如北京市的二环、三环、六环空气污染浓度也不一样。我们可以在空气污染扩散模型的基础上具体分析，从而解决在不同的时间点不同的位置空气污染浓度梯度变化及空气质量等级。

问题五的分析：

问题五要求根据已建立的模型和求解出的结果，分析总结影响空气质量的关键参数，由问题二、三可得出京津冀地区的主要污染源和各主要污染物的性质、种类，由于各地污染构成的不同且北京地区的技术水平要比京津冀地区的平均水平先进一些，因此我们就整个京津冀地区和各省市的治理分别给出了可行性措施和建议。

3. 符号的说明

Z_m	距离地面的高度	U	排放口的平均风速
u_s	距地面 10m 处的平均风速	P	风速高度指数
x	距烟囱下风水平距离	y	该点与通过烟囱的平均风向轴线在水平面上的垂直距离
z	从地面到任一点的高度	dT_a/dZ	烟囱几何高度以上的大气温度梯度
σ_v	垂直平均风向的水平横向扩散系数	σ_z	铅直扩散系数
C_h	排放浓度	V_h	排放速度
t	扩散时间	Q	单位时间排放量
C	空间点污染物浓度	γ_1, γ_2	横向、铅直扩散参数回归系数
h	混合层厚度	n	反射次数
α_1, α_2	横向、铅直扩散参数指数	H_m	烟囱的有效高度
H	烟囱的高度	ΔH	烟气抬升高度
R	计算点源的直线距离	Q_h	烟气热释放率
n_0	烟气热状况及地表状况系数	n_1	烟气热释放率指数
n_2	排气筒烟气高度指数	C_p	污染物项目 p 的质量浓度值

$IAQI_p$	污染物项目 P 的空气质量分指数；	BP_{Lo}	京津冀地区的空气质量分指数及对应的污染物项目浓度指数表中与 C_p 相近的污染物浓度限值的低位值
n	污染物项目个数	AQI	空气质量指数
m	各项污染物空气质量分指数的平均数	$IAQI_{Lo}$	京津冀的空气质量分指数及对应的污染物项目浓度指数表中与 BP_{Lo} 对应的空气质量分指数
M_n	大于平均数的空气质量分指数	$IAQI_{Hi}$	京津冀地区的空气质量分指数及对应的污染物项目浓度指数表中与 BP_{Hi} 对应的空气质量分指数
i	大于平均数的空气质量分指数的个数	BP_{Hi}	京津冀地区的空气质量分指数及对应的污染物项目浓度指数表中与 C_p 相近的污染物浓度限值的高位值
Q	一对各个 $IAQI_p$ 加权后所得的综合指数		

4. 问题假设

1. 污染物的浓度在 y 、 z 轴上的分布是高斯分布（正态分布）的；
2. 污染源的源强是连续且均匀的；
3. 气体污染物是理想气体，遵守理想气体方程；
4. 取 x 轴为平均风速方向，整个扩散过程中风的方向、大小不随时间地点的改变而改变；
5. 北京市某一天内风向大小不变且没有降雨量；
6. 将每环等分成四份，假设每份上的所有汽车排放总量大致相同；
7. 将每环等分成四份，假设每份上的车流量大致相同。

5. 模型的建立与求解

5.1 模型一的建立与求解

5.1.1 模型一的建立：层次分析模型确定权重

① 国标计算公式如下

$$IAQI_p = \frac{IAQI_{Hi} - IAQI_{Lo}}{BP_{Hi} - BP_{Lo}} (C_p - BP_{Lo}) + IAQI_{Lo} \quad (1)$$

$$AQI = \max\{IAQI_1, IAQI_2, \dots, IAQI_n\} \quad (2)$$

在对国家标准的计算方式分析过程中,我们发现京津冀地区的空气质量指数基本上都是该地区 $PM_{2.5}$ 或 PM_{10} 的空气质量分指数,没有充分显示污染的程度,在此我们利用层次分析法优化国家标准来解决这个问题。

② 构造成对比较矩阵

通过对指标之间两两重要程度进行比较分析和判断,层次分析法中表明对于两个不能准确量化的量作比较时,我们常采用 1~9 的比例标度。令 A 为成对比较矩阵,用来表示同一层次各个指标相对重要性的判断值,根据 1~9 比例尺度得到以下评分规则:

表 1 评分规则									
A 指标与 B 指标比较	绝对重要	明显重要	重要	稍微重要	一样重要	比较不重要	不重要	明显不重要	绝对不重要
A 指标分数	9	7	5	3	1	1/3	1/5	1/7	1/9
注: 2, 4, 6, 8, 1/2, 1/4, 1/6, 1/8 是上面评价值的中间值									

由上面的评分规则就可以构造出成对比较矩阵 A, 如下表所示:

表二空气质量指数评价矩阵 A						
	SO_2	CO	NO_2	O_3	$PM_{2.5}$	PM_{10}
SO_2	1	5	5/3	5	5/7	5/7
CO	1/5	1	1/3	1	1/7	1/7
NO_2	3/5	3	1	3	3/7	3/7
O_3	1/5	1	1/3	1	1/7	1/7
$PM_{2.5}$	7/5	7	7/3	7	1	1
PM_{10}	7/5	7	7/3	7	1	1

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 5/3 & 5 & 5/7 & 5/7 \\ 1/5 & 1 & 1/3 & 1 & 1/7 & 1/7 \\ 3/5 & 3 & 1 & 3 & 3/7 & 3/7 \\ 1/5 & 1 & 1/3 & 1 & 1/7 & 1/7 \\ 7/5 & 7 & 7/3 & 7 & 1 & 1 \\ 7/5 & 7 & 7/3 & 7 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

③一致性检验

在得到了判断矩阵 A 后，可以求得 A 的最大特征根 λ_{\max} ，为了判断 A 的不一致程度是否在允许的范围，需要对它的一致性进行检验，步骤为：

先计算一致性指标 CI

$$CI = \frac{\lambda_{\max} - n}{n - 1} \quad (3)$$

然后计算判断矩阵一致性比率：

$$CR = \frac{CI}{RI} \leq 0.1 \quad (4)$$

最后得到的结果如下表：

表 3

SO_2	CO	NO_2	O_3	PM_{10}	$PM_{2.5}$	CI	CR	λ_{\max}
0.2083	0.0417	0.125	0.0417	0.2917	0.2917	0	0	6

5.1.2 模型二的建立：空气质量优劣等级优化模型

通过层次分析法得到各个污染物的权重之后，我们要将各个污染项目的空气质量指数与其相应的权重相乘得到相应的综合指数 Q_n

$$AQI = \max\{Q_1, Q_2, Q_3, \dots, Q_n\} \quad (5)$$

5.1.3 模型的求解：

表 4

空气质量指数 (AQI)	0~8.3	8.3~16.7	16.7~25	25~33.3	33.3~50	大于 50
空气质量指数级别	一级	二级	三级	四级	五级	六级

最后根据上面所求得空气质量指数，把它分为六个等级，从一级优，二级良，三级轻度污染，四级中度污染，直至五级重度污染，六级严重污染。空气污染指数划分为 0—8.3、8.3—16.7、16.7—25、25—33.3、33.3—50 和大于 50 六个级别。

5.2 模型二的建立和求解

5.2.1 第一小问的分析及解答

为准确了解京津冀地区的主要污染源及污染参数，我们根据的污染物排放结构特征，分部门行业和能源消费类型，构建包括 $PM_{2.5}$ 、二氧化硫、氮氧化物、挥发性有机

物 VOCs、扬尘的排放清单。清单是基于 2010 年的数据，采取自下而上方法（即按测数据反演法）编制的。

(1)

表 5 2010 年京津冀地区污染物排放量 单位：万吨			
	$PM_{2.5}$	二氧化硫	氮氧化物
北京市	13	30	27
天津市	14	51	29
河北省	129	267	165
总计	156	348	221

依照排放清单，2010 年京津冀地区共计排放了 156 万吨的一次 $PM_{2.5}$ 颗粒物，其中北京市约 13 万吨，天津市约 14 万吨，河北省约 129 万吨；二氧化硫共排放 348 万吨，其中北京市约 30 万吨，天津市约为 51 万吨，河北省约为 267 万吨；氮氧化物共排放 221 万吨，其中北京市约 27 万吨，天津市 29 万吨，河北省 165 万吨。

(2)

表 6 2010 年北京城区站点 $PM_{2.5}$ 来源所占的百分比						
二次硫酸盐	机动车尾气	化石燃料燃烧	生物质燃烧	道路扬尘	冶金工业	土壤层
26.50%	17.10%	16.00%	11.20%	12.70%	6.00%	10.40%

表 7 2012 年京津冀工业废气排放情况			
省市	工业二氧化硫占地区二氧化硫的比重 (%)	工业氮氧化物占地区氮氧化物的比重 (%)	工业烟（粉）占地区烟（粉）的比重 (%)
北京市	63.2	48.1	46.2
天津市	96	82.4	70.2
河北省	92.4	67.8	85.41

由于京津冀地区 $PM_{2.5}$ 是首要污染物，对京津冀 $PM_{2.5}$ 进行了研究。结果表明，燃煤、机动车和工业是最为主要来源。从相关数据分析，三地的主要污染源不尽相同。①北京机动车尾气排放对大气影响最明显。2010 年北京城区站点 $PM_{2.5}$ 来源中机动车尾气

排放占 17.10%。②天津、河北工业污染对大气影响较突出。2012, 京津冀工业二氧化硫排放量占二氧化硫排放总量的 91.2%; 工业氮氧化物排放量占氮氧化物排放总量的 68.4%; 工业烟(粉)尘排放量占烟(粉)尘排放总量的 82.6%。分省市看, 天津工业污染影响最大, 工业二氧化硫占比、工业氮氧化物占比均高于北京和河北; 河北工业烟(粉)尘占比高于北京和天津。

(3)

地区	达标天数比 (%)	重度及以上污染天数 (天)	$PM_{2.5}$ (ug/m^3)	PM_{10} (ug/m^3)	SO_2 (ug/m^3)	NO_2 (ug/m^3)
京津冀	36.4		100	174	63	51
北京	43.6	25	92	125	31	58
天津	46.4	15	84	143	63	57
石家庄	18.9	62	141	237	80	59

从污染的分布特征来看, 京津冀是我国区域性复合污染的典型地区。2014 年上半年, 京津冀地区重点城市 $PM_{2.5}$ 平均浓度为 $100 ug/m^3$, 其中, 石家庄市 $PM_{2.5}$ 平均浓度为 $141 ug/m^3$ 。

(4)

地区	煤炭	焦炭	燃料油	汽油	煤油	柴油
北京市	2634.62	220.45	66.69	371.53	392.63	237.42
	67.15%	5.62%	1.70%	9.47%	10.00%	6.06%
天津市	4806.79	663.91	143.69	205.12	21.4	333.54
	77.85%	10.75%	2.32%	3.32%	0.35%	5.41%
河北省	27464.72	7319	38.53	238.75	7.34	691.94
	76.80%	20.47%	0.11%	0.67%	0.02%	1.93%

2010 年北京市燃煤 2634.62 万吨, 占该地区能源消耗的 67.15%; 天津市燃煤 4806.79 万吨, 占该地区能源消耗的 77.85%; 河北省燃煤 27464.72 万吨, 占该地区能源消耗的 76.80%。

(5)

省市	煤炭消费量占本地区能源消费总量的比重 (%)	二氧化硫排放量占京津冀区域的比重 (%)
北京市	25.4	5.7
天津市	59.6	13.5

河北省	88.8	80.8
-----	------	------

2012年,京津冀燃煤消费总量38927万吨。河北煤炭消费量占其能源消费总量的88.8%,远远高于北京的25.4%和天津的59.6%。煤炭消费排放出大量二氧化硫,对大气环境造成很大影响,2012年河北二氧化硫排放量占京津冀的80.8%。

(1) 基于北京市污染物排放特点:能源和交通运输部门是污染物主要的来源,工业过程为 $PM_{2.5}$ 的主要来源,燃煤、油品和非燃料排放(工业生产过程排放)是二氧化硫、氮氧化物、挥发性有机物的主要来源。

(2) 基于天津市污染物排放特点:能源部门(燃煤发电)是 $PM_{2.5}$ 排放的最大工业排放,分燃料类型而言燃煤和非燃料的排放(工业生产过程排放)是主要来源。

(3) 基于河北省污染物排放特点:能源部门(燃煤发电)是 $PM_{2.5}$ 的最大工业排放源,工业过程为 $PM_{2.5}$ 的主要来源,居民和商业部门也贡献较大。燃煤和非燃料的排放(工业过程排放)是二氧化硫、氮氧化物主要来源。河北燃煤消费对大气影响很严重。

5.2.3 模型二的建立:层次分析法构造变权函数

不妨设各个污染级别对应的数值分别为1,2,3,4,5,6。本文对人和环境对空气污染的抵抗能力进行分析以后,了解到如下内容:当空气污染的等级从I变化到III时,污染物浓度较低,处于人与环境的承受范围之内时,人与环境对污染物浓度的增加表示不敏感,即其权值变化比较缓慢;从III级变化到IV级时,污染物浓度已处于人与环境的承受极限,空气质量已发生质的变化,这时污染物浓度的增加带来的影响变得显著,即其权值变化非常大;而空气污染等级在IV和VI之间变化时,污染物浓度已经处于人与环境的敏感范围以外,这时污染物浓度的增加所带来的影响并不显著,即其权值变化再次趋于缓慢;而且随着污染物浓度的递增,其相应的权值也应呈现递增趋势,这样才能突出主要污染物的影响。考虑到以上情况,构造S形增长曲线以求出变权函数:

$$f(x) = \begin{cases} \alpha \sqrt[3]{x - \beta} + \gamma, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases} \quad (6)$$

其中 α, β, γ 为待定的常数。

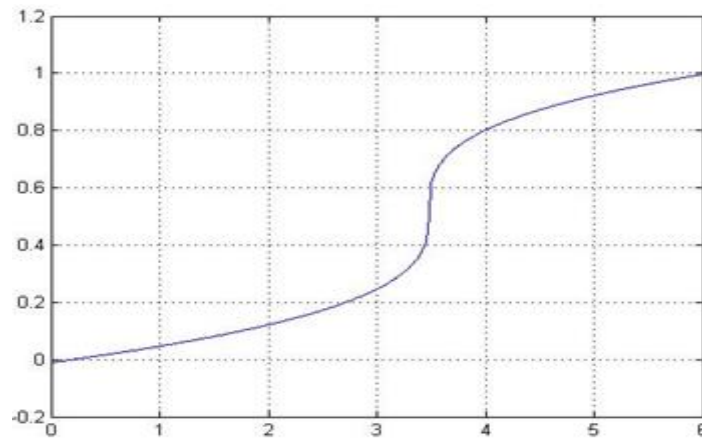
当 $x=1$,即污染物浓度很低甚至无污染时空气质量较好,令相应的量化值 $f(1)=0.05$;为了说明I、II、III级之间的相对变化的非显著性,令 $f(3)=0.25$;当 $x=6$ 时,其值为1,此时污染最严重。对应以上三个点,求得 $\alpha=0.35, \beta=3.48, \gamma=0.52$ 。

于是得到 $f(x)$ 的具体表达式为:

$$f(x) = \begin{cases} 0.35 \sqrt[3]{x - 3.48} + 0.52, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases} \quad (7)$$

代入 $x_i (i=1,2...6)$ 的值可得从I到VI级空气质量类型所对应的量化值(即权值)分

别为 (0.05, 0.12, 0.25, 0.8, 0.92, 1)。



S 变权函数图

(1) 求权重矩阵及综合评判指标

在统计局官网将各项检测指标提取出来，构造出原始评判矩阵 $R = (r_{ij})_{3 \times 4}$ ；再将元素 r_{ij} 的值根据变换成污染类别，形成一个针对各个监测点不同污染物污染级别的矩阵 K 。
 K 中对应元素代入变权量化矩阵，对量化矩阵中的每一行的指标做归一化处理，得到权重矩阵 W 。具体归一化公式如下：

$$f'_i(x) = \frac{1}{f_{SO_2}(x) + f_{NO_x}(x) + f_{TSP}(x)} f_i(x) \quad (8)$$

然后利用系数加权法求得某监测点空气中污染物综合密度

$$r_j = \sum r_{ij} w_{ij} \quad (9)$$

(2) 综合空气质量级别的划分

由 S 形变权函数的构造过程可知权值为空气质量级别的单值函数，因此同类空气质量级别下，各种污染物权重系数相同。可得到的各综合污染浓度对应的空气质量级别如下表所示，利用该表即可对影响空气质量的主要污染源进行排序和分类。

表 11 污染物综合密度水平与对应污染级别

综合空气质量级别	I	II	III	IV	V	VI
综合污染密度	0~0.07	0.07~0.18	0.18~0.30	0.30~0.62	0.62~0.93	0.93 以上

由 S 形变权函数的构造过程可知权值为空气质量级别的单值函数，因此同类空气质量级别下，各种污染物权重系数相同。所以利用该表即可对各监测点进行排序和分类。

经过大量查阅空气质量评定方面的资料和统计数据。把三项污染物对空气的污染程度分为 I、II、III、IV、V、VI 这 6 个等级如下表：

表 12 污染物浓度范围与空气质量标准划分

空气质量级别	烟尘	NO_x	SO_2	$PM_{2.5}$
I	0~0.120	0~0.05	0~0.05	0~0.035
II	0.120~0.300	0.05~0.100	0.05~0.15	0.035~0.075
III	0.300~0.500	0.100~0.150	0.150~0.250	0.075~0.115
IV	0.500~0.5626	0.150~0.3575	0.250~0.925	0.115~0.150
V	0.5625~0.625	0.3575~0.565	0.925~1.600	0.150~0.250
VI	0.625 以上	0.565 以上	1.600 以上	0.250 以上

其中 I 代表空气质量优，II 代表空气质量良好，III 代表轻度污染，IV 代表中度污染，V 代表中度重污染，VI 代表严重污染。根据空气质量级别的污染源的性质和种类。经分析影响空气质量的主要污染源的性质和种类如下表：

地区	SO_2 (年)	CO (年)	NO_2 (年)	$PM_{2.5}$ (年)	PM_{10} (年)	O_3 (8 小时)
天津市	47.4	1.671×10^3	54	86	134.9	48.5
	二级	一级	超标	超标	严重超标	一级
北京市	21.8	3.2×10^3	56.7	85.9	115.8	197.2
	二级	二级	二级	严重超标	超标	超标
河北省	66.6	1.485×10^3	50.7	122.5	212.9	48.5
	超标	二级	超标	严重超标	严重超标	一级

5.3 污染物的扩散模型

对于污染物扩散的研究中，影响其扩散的主要因素有风向、风速、降雨、地貌等因素。下面我们主要从风速、降雨两个因素分别研究对污染物扩散的影响。

5.3.1 模型的建立：优化高斯烟羽模型

① 风速的确定

300m 以下风速随高度的变化以单调上升型居多，总体上讲，风速随高度的变化符合指数律：

$$U = u_s \left(\frac{Z_m}{10} \right)^P \quad (10)$$

其中： U 为距地面 Z_m 处的平均风速， m/s ； u_s 为距地面 10m 处的平均风速， m/s ；

P 为风速高度指数，取值见表。

表 14 风速高度指数 P 值表

帕斯奎尔稳定度	强不稳定	不稳定	弱不稳定	中性	弱稳定和稳定
---------	------	-----	------	----	--------

P 值	0.1	0.15	0.2	0.25	0.3
-----	-----	------	-----	------	-----

污染物在空间呈高斯分布（正态分布）的扩散模型，所谓正态分布函数形式有如下关系：

$$f(x) = \frac{1}{2\pi\sigma} \exp\left[-\frac{(x-u)^2}{2\sigma^2}\right] \quad (-\infty < x < +\infty) \quad (11)$$

当有风时，平均风向（即 x 方向）的湍流扩散大小小于平均风速（ $u_s \geq 1.5\text{m/s}$ ）的平均输送速率，因此 x 方向湍流扩散可以忽略不计。模型采用高架连续点源的地面浓度扩散模型；但当风速很小时（ $u_s < 1.5\text{m/s}$ ）采用连续点源在微风条件下的扩散模式。

(1) 小风和静风时（平均风速 $u_s < 1.5\text{m/s}$ ）

x 方向的扩散不能忽略，目前小风和静风条件下大气扩散模式应用较多的是积分烟团扩散模型、简化的积分烟团模型、 360° 均匀分布模型等。这里模型选择积分烟团扩散模型，其表达式如下：

$$C(x, y, z, H_m) = \int_0^{+\infty} \frac{2Q}{(2\pi)^2} dt \exp\left[-\frac{(x-Ut)^2}{2\sigma_x^2}\right] \exp\left(-\frac{y^2}{2\sigma_y^2}\right) \exp\left(-\frac{H_m^2}{2\sigma_z^2}\right) \quad (12)$$

式中：积分可用有限区间的积分代替，根据经验，若扩散时间 t 为 N 小时，则积分限取 $(N+5)$ 小时已经能到达很精确的程度。

其中扩散参数

$$\sigma_x = \sigma_y = \gamma_1 t, \quad \sigma_z = \gamma_2 t \quad (13)$$

$$Q = C_h V_h \quad (14)$$

当风速 $u_s \leq 0.5\text{m/s}$ 时认为是静风，按以上公式，取平均风速为 $0.3 \sim 0.5\text{m/s}$ ，水平方向是按以污染源为圆心的同心圆上均匀分布的，然后利用连续性条件积分，整理得到静风条件下高架连续点源污染物地面浓度模型为：

$$C(x, y, z, H_m) = \frac{2Q}{(2\pi)^2 R U \sigma_z} \exp\left(-\frac{H_m^2}{2\sigma_z^2}\right) \quad (15)$$

其中： R 为计算点源的直线距离， m ； U 取平均风速为 0.5m/s 。

(2) 有风时，并平均风速 $u_s \geq 1.5\text{m/s}$

以烟囱的地面位置为原点，下风向地面任一点 (x, y) ，小于 24 小时取样时间的浓度：

$$C(x, y, z, H_m) = \left(\frac{Q}{2\pi U \sigma_y \sigma_z}\right) \exp\left(-\frac{y^2}{2\sigma_y^2}\right) A \quad (16)$$

其中： C 为任意空间点污染物浓度， mg/m^3 ； Q 为单位时间排放量， mg/s ； U 为

排放口的平均风速, m/s ; x 为污染源排放点至下风口向上任意一点的距离, m ; y 为该点与通过烟囱的平均风向轴线在水平面上的垂直距离, m ; z 为从地面到任一点的高度, m ; σ_y 为垂直于平均风向的水平横向扩散系数; σ_z 为铅直扩散系数; H_m 为烟囱的有效高度, m 。其中 F 的计算公式如下:

$$A = \sum_{n=-k}^{+k} \left\{ \exp\left[-\frac{(2nh - H_m)^2}{2\sigma_y^2}\right] + \exp\left[-\frac{(2nh + H_m)^2}{2\sigma_z^2}\right] \right\} \quad (17)$$

其中: h 为混合层厚度, m ; n 为反射次数, 这里取 $k = 4$ 。

式中扩散参数 σ_y , σ_z 按以下公式计算:

$$\sigma_y = \gamma_1 x^{\alpha_1}, \sigma_z = \gamma_2 x^{\alpha_2} \quad (18)$$

其中: γ_1 、 γ_2 为横向、铅直扩散参数回归系数; α_1 、 α_2 为横向、铅直扩散参数指数;

x 为距烟囱下风水平距离, m 。 H_m 按下列公式计算:

$$H_m = H + \Delta H \quad (19)$$

烟气抬升高度 ΔH 采用的公式:

(1) 有风时, 中性和不稳定的大气条件:

① 当烟气热释放率 $Q_h \geq 2100KJ/s$, 且烟气温度与环境温度的差值 $\Delta T \geq 35K$ 时, 烟气抬升高度 ΔH 计算公式:

$$\Delta H = n_0 Q_h^{n_1} H^{n_2} U^{-1} \quad (20)$$

其中: ΔH 为烟气抬升高度, m ; n_0 为烟气热状况及地表状况系数, n_1 为烟气热释放率指数, n_2 为排气筒烟气高度指数。

表 15 n_0 、 n_1 、 n_2 的选取

地表情况(平原)	n_0	n_1	n_2
农村或城市远郊区	1.427	1/3	2/3
城市及近郊区	1.303	1/3	2/3
农村或城市远郊区	0.332	0.6	0.4
城市及近郊区	0.292	0.6	0.4

② 当 $1700KJ/s \leq Q_h \leq 2100KJ/s$

$$\Delta H = \Delta H_1 + (\Delta H_2 - \Delta H_1)(Q_h - 1700)/400 \quad (21)$$

其中：

$$\Delta H_1 = 2(1.5V_s D + 0.01Q_h)/U - 0.048(Q_h - 1700)/U \quad (22)$$

其中： V_s 为烟囱出口处烟气排放速度， m/s ； D 为烟囱出口直径， m ； ΔH_2 按①计算。

③ $Q_h \leq 1700KJ/s$ 或者 $\Delta T < 35K$ 时：

$$\Delta H = 2(1.5V_s D + 0.01Q_h)/U \quad (23)$$

(2) 有风时，稳定的大气条件下，烟气抬升高度公式：

$$\Delta H = Q_h^{1/3} (dT_a/dZ + 0.0098)^{-1/3} U^{-1/3} \quad (24)$$

式中： dT_a/dZ 为烟囱几何高度以上的大气温度梯度， K/m 。

(3) 静风和小风时， ΔH 采用下式计算：

$$\Delta H = 5.50Q_h^{1/4} (dT_a/dZ + 0.0098)^{-3/8} \quad (25)$$

式中 dT_a/dZ 取值宜小于 $0.01K/m$ 。当 $-0.0098 < dT_a/dZ < 0.01K/m$ 时，取 $dT_a/dZ = 0.01K/m$ ，当 $dT_a/dZ \leq -0.0098K/m$ ， ΔH 按①计算。

5.3.2 模型的求解

本文中可视为高架点源模式，且针对排放口处于高空位置的高架点源，将点源在地面上的投影点 O 作为坐标原点，有效源位于 Z 轴上某点， $Z = H$ 。若假设污染物到达地面后被完全吸收，不存在反射浓度的累加，那么污染物的浓度计算公式为：

$$C(x, y, z, H) = \frac{Q}{\pi U \sigma_y \sigma_z} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{y^2}{\sigma_y^2} + \frac{(z-H)^2}{\sigma_z^2}\right)\right] \quad (26)$$

若要计算高架点源的地面浓度公式，则可令 $z = 0$ ，得：

$$C(x, y, 0, H) = \frac{Q}{\pi U \sigma_y \sigma_z} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{y^2}{\sigma_y^2} + \frac{H^2}{\sigma_z^2}\right)\right] \quad (27)$$

依据上式，若进一步令 $y = 0$ ，则可得到沿 x 轴线上的浓度分布公式：

$$C(x, 0, 0, H) = \frac{Q}{\pi U \sigma_y \sigma_z} \exp\left(-\frac{H^2}{2\sigma_z^2}\right) \quad (28)$$

式(26)和式(27)是在估算大气污染时经常选用的计算公式，其估算值与孤立高架点源附近的环境监测数据比较一致。

扩散系数的选择

根据国家标准(GB/T13201-1991)制定地方大气污染物排放标准的技术方法的规定，划分大气稳定度的级别，共分为6级A-F，A为极不稳定，F为及稳定。扩散系数 σ_y 、 σ_z

的大小与大气湍流结构、高低高度、地面粗糙度、排放持续时间、抽样时间间隔、风速，以及离开排放源的距离等因素有关，按照 Pasquill 的分类方法，随着气象条件稳定性的增加，大气稳定度可以分为 6 级 A-F，A 为极不稳定，F 为及稳定。有风湿的扩散系数 (σ_y 、 σ_z) 的确定采用 Briggs 给出一套扩散参数。根据河北省的气象资料，我们选择大气稳定度为 D 的扩散系数。

表 16 扩散系数的计算方法

大气稳定度	σ_y	σ_z
A	$0.22x/(1+0.0001x)^{0.5}$	$0.2x$
B	$0.16x/(1+0.0001x)^{0.5}$	$0.12x$
C	$0.11x/(1+0.0001x)^{0.5}$	$0.08x/(1+0.0002x)^{0.5}$
D	$0.08x/(1+0.0001x)^{0.5}$	$0.06x/(1+0.0015x)^{0.5}$
E	$0.06x/(1+0.0001x)^{0.5}$	$0.03x/(1+0.0003x)$
F	$0.04x/(1+0.0001x)^{0.5}$	$0.016x/(1+0.0003x)$

根据题意， $U = 3m/s$ ， $H = 50m$ ，早上 9 点至下午 3 点期间， $C_h = 406.92mg/m^3$ ， $V_h = \frac{10}{3}m^3/s$ ，晚上 10 点至凌晨 4 点期间， $C_h = 1160mg/m^3$ ， $V_h = \frac{95}{6}m^3/s$ ， $R = 5.1 \times 10^4 m$ 。

早上 8 点和晚上 9 点都属于不排放时间，假定风速不变，在 x 方向上处于正态分布，于中午 12 点处于排放污染物时间，可以利用已建立模型进行求解。利用 Matlab 软件计算，可以分别求得在早上 8 点、中午 12 点、晚上 9 点空气污染浓度分布和空气质量等级。

时间	距离 (公里)	1	2	3	4	5
早上 8 点	氮氧化物浓度 (ug/m3)	0.34	0.43 3	0.12 7	0.11	0.04 3
	空气质量等级	IV	V	III	II	I
中午 12 点	氮氧化物浓度 (ug/m3)	1.53 9	0.87 5	0.23 6	0.13	0.09
	空气质量等级	VI	V	IV	III	II

晚上 9 点	氮氧化物浓度 (ug/m ³)	0.25	0.41	0.38	0.15 1	0.06
	空气质量等级	IV	V	V	III	II

为了更直观的得到二氧化氮的排放情况，将上述高斯烟羽扩散模型公式用Matlab软件作出中午12点氮氧化物浓度分布图为：

基于高斯烟羽模拟污染物浓度分布图

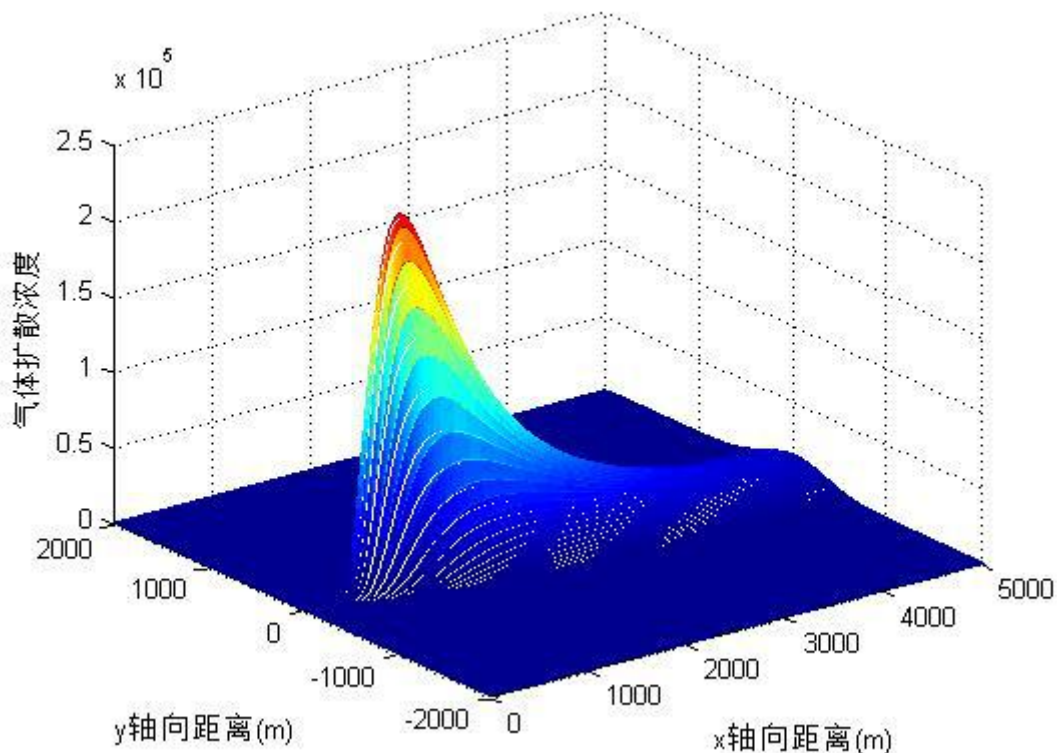


图7 基于高斯烟羽模拟
二氧化氮浓度布图

由于污染物的组成复杂，其中很多物质会溶于水，即发生雨洗作用。本题所研究的污染物质是二氧化氮，易溶于水，所以在对污染物扩散的研究过程中，降雨这一因素是不可忽视的，而且降雨量的多少也是影响其扩散的主要因素。在我们研究的过程中，首先假设当降雨量>5mm时，认为其不会对污染物的扩散起作用，所以在处理降雨量数据时，把降雨量≤5mm的数据进行处理。进而来研究降雨量对污染物扩散的影响：

构建降雨量与二氧化氮之间关系，通过 SPSS 软件进行因子分析及回归分析如下：

表 17 模型检验表

模 型	R 方	调整 R 方	标准估 计的误差	更改统计量				
				R 方更改	F 更 改	d f1	d f2	Sig. F 更改
1	.998	.996	1.791	.99	393.045	4	6	.000

a. 预测变量: (常量), NO_x

b. 自变量: 降雨量

表 18 模型系数表

模型	非标准化系数		标准系数	t	Sig.	相关性			共线性统计量	
	B	标准误差				零阶	偏	部分	容差	VI F
1 (常量)	.78	.12		6.107	.001					
N _{O₂}	-.2	.4	-.851	-.4	.004	-.957	-.879	-.114	.018	56.112

通过表格我们可以看出 NO_x 的扩散受到降雨量的影响。由于 NO_x 溶于水，进而会加速其落地速度，进而会形成酸雨等自然灾害。

5.4 模型的建立与求解

设 Q_{ij} ($i=1,2,3,\dots j=1,2,3,\dots$) 为在 i 位置第 j 辆汽车的源强, $\sum C_i$ 表示在 i 位置的空气污染总浓度, 有

$$\sum C_i(x, y, z, H) = \sum_i \frac{Q_{ij}}{\pi U \sigma_y \sigma_z} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{y^2}{\sigma_y^2} + \frac{(z-H)^2}{\sigma_z^2}\right)\right] \quad (29)$$

计算面浓度公式, 则可令 $z=0, H=0$ 得:

$$\sum C_i(x, y, 0, 0) = \sum_i \frac{Q_{ij}}{\pi U \sigma_y \sigma_z} \exp\left(-\frac{y^2}{2\sigma_y^2}\right) \quad (30)$$

由于有上下班车流量比平常时间多, 所以 j 的数量会增加, 从而导致 $\sum C_i$ 会上升。

为了确定北京市二环、四环和六环的空气污染浓度, 我们选取每环附近的几点监测点, 从而了解污染浓度分布规律。

查找相关资料, 得知13日至15日北京市各监测点的空气污染浓度如下表所示

表19

日期		1月13日		1月14日		1月15日	
城市监测点		AQI	质量等级	AQI	质量等级	AQI	质量等级
二环以内	万寿西宫	117	轻度污染	435	严重污染	115	轻度污染
	天坛	454	严重污染	436	严重污染	206	重度污染
	官园	470	严重污染	428	严重污染	182	中度污染

三至 四环	海淀区 万柳	464	严重 污染	266	重度 污染	26	优
	奥体中 心	450	严重 污染	402	严重 污染	163	中度 污染
五至 六环	定陵	387	严重 污染	239	重度 污染	21	优
	古城	446	严重 污染	303	严重 污染	44	优

由表可知二环、四环和六环的空气污染浓度呈相应的近似正态规律。

由于有上下班车流量比平常时间多，所以 j 的数量会增加，从而导致 $\sum C_i$ 会上升。

假设从16日开始北京启动汽车单双号限行交通管制措施，即表示道路上行驶的车辆数将减少一半，从而减少排放量浓度。

结合一天不同时间段和不同地段的车流量不同两个因素，我们采用灰色预测模型对16日的空气污染进行预测。

令：

$$x(0) = (x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (31)$$

作一次累加生成， k

$$x_k = \sum x_m \text{ 消除数据的随机性和波动性}$$

令：

$$m = 1$$

$$\text{有： } x(0) = (x_1, x_2, \dots, x_n) = ((x_1), (x_1 + x_2), \dots, (x_{n-1} + x_n)) \quad (32)$$

x 可建立百花方程：

$$dx/dt + ax = u \text{ 即 } gm(1,1) \quad (33)$$

该方程的解为：

$$x_{k+1} = (x_1 - u/a)e + u/a \quad (34)$$

查找资料可知北京市车流量高峰期早上9点和晚上5点左右。

预测的结果如下表：

表20

时间	AQI	$PM_{2.5}$	PM_{10}	SO_2	CO	NO_x	O_3
早上8 点	26	18	19	1 0	0.54	30	40
中午 12点	66	12	80	8	0.36	12	61
晚上9 点	31	11	0	6	0.43	28	51

5.5 问题五的解答

5.5.1 分析总结影响空气质量的关键参数

(1)

	煤炭	非燃料（工业、农业生产过程等）	油品	生物质燃料
$PM_{2.5}$	25%	49%	4%	15%
二氧化硫	61%	13%	22%	
氮氧化物	47%	16%	18%	
氨气		98%		
挥发性有机物(VOC_s)		53%		19%

分燃料排放：煤炭是京津冀地区主导性的染料污染来源，占京津冀地区 $PM_{2.5}$ 25% 的排放，二氧化硫和氮氧化物京津冀总排量的 61%和 47%，非燃料排放（工业、农业生产过程等）占京津冀地区 $PM_{2.5}$ 颗粒物总排放量的 49%。二氧化硫和氮氧化物总排量的 13%和 16%，氨气排放总量的 98%，挥发性有机物总排放量的 53%。油品在京津冀地区 $PM_{2.5}$ 颗粒物排放、氮氧化物和挥发性有机物排放总量上的比例分别为 4%、22%和 18%。生物质燃料在京津冀地区的 $PM_{2.5}$ 颗粒物排放和挥发性有机物排放总量上的比例分别为 15%和 19%。

(2)

	燃煤发电	钢铁，水泥在内的工业生产	居民和商业部门
$PM_{2.5}$	9%	49%	32%
二氧化硫	69%	12%	14%
氮氧化物	47%	17%	6%
挥发性有机物			25%

分行业贡献：从排放总量上，能源部门（燃煤发电）是京津冀地区最大的污染源，燃煤发电占京津冀地区 $PM_{2.5}$ 颗粒物 9%的排放，二氧化硫和氮氧化物京津冀总排量的 69%和 47%。包括钢铁、水泥、制砖等在内的工业生产过程是京津冀地区的第二大污染源，共占该地区 $PM_{2.5}$ 颗粒物总排放量的 49%，二氧化硫和氮氧化物总排量的 12%和 17%。居

民和商业部门是京津冀地区的是第三大污染源，共占该地区 $PM_{2.5}$ 颗粒物总排放量的 32%，二氧化硫和氮氧化物总排放量的 14%和 6%，挥发性有机物总排放量的 25%。

5.5.2 各省市的可行性措施：

北京市：（1）在关停北京市市内燃煤电厂的基础上，进一步加快提高可再生能源电力在北京市电力消费总量的比例，提高北京市分布式太阳能推广力度和使用比例，城市外用电比例应提高从周边区域引进风电等可再生能源电力；（2）关停现有的全部钢铁厂和部分水泥窑安装布袋除尘器，禁止新建水泥厂；（3）轻型汽油车和重型柴油车全部实行国六标准，将新能源公共汽车和出租车司机的比例提高到 40%以上；（4）加快电力部门的末端治理，所有火电实施烟气脱硫脱硝治理，采用低氮燃烧技术，安装布袋除尘器；减少工业生产过程的挥发性有机物排放。

天津市：（1）提高天津市风电、分布式太阳能推广力度和使用比例，大幅度降低煤炭在能源消费中的比例；（2）加大油品及相关产品生产过程的污染治理，完成脱硫改造，减少挥发性有机物的排放；（3）关停部分水泥厂、钢铁厂，对现有的水泥窑安装布袋除尘器，禁止新建水泥厂和钢铁厂；（4）加快电力部门的治理，所有现有电厂实施洋气脱硫脱硝治理，采用低氮燃烧技术，安装布袋除尘器，并在加速末端挚爱的基础上，进一步关停部分现有煤电厂。

河北省：（1）最大限度的挖掘区域雷可再生能源发电潜力以替代燃煤发电；（2）加快关停部分钢铁厂、焦化厂、水泥厂，禁止新建钢铁厂、焦化厂、水泥厂；（3）钢铁厂实施烟气脱硫，高效除尘技术，水泥窑安装布袋除尘器；（4）加快电力部门的治理，所有现有电厂实施洋气脱硫脱硝治理，采用低氮燃烧技术，安装布袋除尘器，并在加速末端挚爱的基础上，进一步关停部分现有煤电厂；（5）加强民用和小规模商业炉灶的改造，使民用燃料由燃煤向燃气转化，禁止农业废弃物焚烧

5.5.3 建议：

就整个京津冀地区而言，河北省市污染治理的重点，在北京、天津、河北各自治理的基础上，应尽快建立区域性的大气污染防治协作机制，并将治理和扶持的重点向河北省倾斜。因为北京地区的技术水平要比京津冀地区的平均水平先进一些，在北京地区可提升的污染物去除技术以及节能减排技术，在京津冀地区进行普遍应用的话，会有更高的减排潜力。当然因为各地污染构成的不同，各项措施的减排效力会有差异，具体实现也应作出相应调整

（1）在京津冀区域大幅度限制燃煤使用，尤其是电力行业煤炭使用，不在新建燃煤发电厂，最大程度发掘周边可再生能源潜力，用可再生能源发电替代燃煤发电。

（2）关停、整治水泥厂、炼钢厂等高污染高能耗行业，大力推广燃气锅炉替代燃煤锅炉。

（3）全面改造民用和小规模商业炉灶，使民用燃料由燃煤向燃气转化，禁止农业废弃物焚烧。

（4）应尽快统一京津冀三地排放标准和环境质量标准，明确环保总体目标和指标体系，根据主体功能去划进行区域生态保护红线和环境质量红线的划定、推动区域排放等方面统一环境保护与建设规划、统一排放标准、统一油的使用标准、统一治理标准，对河北省在执行中给予相应的资金支持。同时进行一体化环境保护规划的制定并强力执行，才是推进大区域生态环境协同保护与建设的制度保障。

（5）广泛利用媒介手段重复倡导和引导低碳生活。京津冀即是经济大区域也是人口大区域，经济和人口规模均是直接影响和决定生态环境的重要因素。人口多消耗的资源能源就多，所以，形成节能降耗型消费意识和消费模式，以潜移默化的影响人们的

消费习惯，应借鉴发达国家的经验，充分利用媒介不间断宣传倡导低碳生活方式，让“低碳出行、绿色消费、不用或少用一次性产品”等生活中的每一个环节的节约意识深入人心，让“减少浪费和奢侈消费，就能减少能源消耗”的理念贯彻到每个人的行为中。

我们仅从各措施物理减排潜力的角度，在暂不考虑经济代价的情况下，建议减排的途径。一些措施可能带来相关的区域性环境问题。例如，在完全无法控制京津冀地区城市生活生产能源需求增长的情况下，关停、转移电厂和工厂将加重其他地区污染状况。所以，在具体实施过程中，还需综合考虑减排潜力、经济代价和更大区域范围内的可持续发展。

6. 模型的优缺点

1. 优点：

(1) 运用层次分析法计算出各个污染项目的权重值来决定其在最后的排序中所占的比重，能够更加准确地反应城市的空气污染状况。

(3) 查阅的数据比较全面，能够更加直观地分析出影响空气质量的主要污染源的性质和种类。

(4) 应用了S型变权函数，符合人类对污染物浓度的敏感程度。从而更加客观、真实、贴近实际的反应了京津冀地区的污染水平；计算综合指标，充分考虑了各种污染源对整体空气质量的影响，避免了通常情况下只考虑流程首要污染物的计算方法而忽略次要因素的缺点；参照国标中关于空气污染级别的划分，使得空气质量分类结果更加具有真实性。

(5) 采用高斯烟羽扩散模型得到污染物浓度分布图，该模型是普通高斯烟团模型的改进和优化，使该模型具有更广的使用范围。结合风向、风速以及降雨量对污染物扩散的影响。通过数据的模拟，画出了该模型的Matlab仿真图，证明了该模型的合理性。

(6)，考虑到高斯烟羽模型的局限性，建立了“优化高斯烟羽模型”。该模型有较好的实用价值，可以直观地描述出空气污染的浓度分布，对一定半径的区域进行浓度分析，了解该区域内空间任意一点的空气污染浓度，从而确定空气质量优劣等级。

2. 缺点：

(1) 由于查阅的数据的时间跨度较大，数据的时效性比较差，无法更好地反映当前空气质量的具体情况。

(2) 考虑到京津冀地区的实际环境影响，该模型还需要进行多个方面的验证以便于更好地优化。

(3) 只选择了五种主要污染项目对空气质量的影响进行研究，评价空气质量还不够全面。据环境质量标准GB3095-96介绍，城市大气污染监测项目有10种，实际可能更多。因此在模型改进中应该采集其他污染源的浓度，将其考虑后综合计算空气质量标准。

(4) 模型在建立时没有考虑地形地貌等因素对污染物浓度扩散分布的影响，实际的扩散情况可能因地形条件的复杂化而有所改变。由于扩散是一个非常复杂、影响因素众多的过程，上述方法还有一定的局限性，有待于进一步检验。

(5) 文中假定风向大小不变，这导致只能求出单侧的污染气体分布，会使计算数据与实际数据有一定的误差。

(5) 由于知识的局限性，我们只能做到粗略的对问题进行分析建模。仅仅考虑了问题的主要方面，忽略了全面性。在下一步研究中，我们将从地形地势等方面对污染物的扩散进行研究。推广：可利用实时对风向大小的测量从而确定任意时刻的浓度分布情况，该模型可推广到气象预测等大气领域的研究。

参考文献

- [1] 雾霾真相——京津冀地区 PM2.5 污染解析及减排策略研究。
- [2] 吴建国等, 数学建模案例精编, 中国水利水电出版社, 2005。
- [3] 杨启帆、李浙宁、王聚丰、涂黎晖, 数学建模案例集, 高等教育出版社, 2006。
- [4] 汪天飞、邹进、张军, 数学建模与数学实验, 科学出版社, 2013。
- [5] 张震、张超、张昊, 《长江水质的评价和预测模型》论文, 2005
- [6] 中国产业洞察网《京津冀大气污染情况分析》。
- [7] 刘峰, 数学建模, 南京大学出版社, 2005。
- [8] 朱道远等, 数学建模案例精选, 科学出版社, 2003。
- [9] 何晓群, 多元统计分析, 中国人民大学出版社, 2004。
- [10] 贾俊平, 统计学[M]. 第四版, 中国人民大学出版社, 2011。
- [11] 张志涌等, MATLAB 教程北京航空航天大学, 2010。
- [12] 杜强、贾丽艳, SPSS 统计分析从入门到精通, 人民邮电出版社 2011。
- [12] 魏振钢、郭遵强、张琳, 基于高斯模式的大气污染模型的应用[J], 中国海洋大学学报, 2008, 38(2):327-330。
- [13] 吴德刚, 高斯轨迹烟云扩散模型在贵阳空气质量预报中的应用[J]. 环境科学研究, 1998, 11(6)。
- [14] 周国强, 大气污染扩散(高斯)模式简易推导法的研究[J], 洛阳大学学报, 1994, 9(2):30-33。
- [15] 中华人民共和国国家环境保护标准(HJ2.2-2008)环境影响评价技术导则-大气环境[J]. 环境保护部, 2009, 04:1-32。
- [16] MATLAB 在危险气体扩散模拟分析中的应用, 2015. 5。
- [17] 尹凤, 大气污染物扩散的理论和试验研究, 中国海洋大学, 2006. 6. 10。
- [18] 陈军, PM2.5 扩散模型及预测研究, 数学的实践与认识, 卷期号: 44, 出版年: 2014. 8。
- [19] 郑晓霞, 李令军, 赵文吉, 赵文慧, 京津冀地区大气 NO_2 污染特征研究. 生态环境学报, 2013, 23(12): 1938-1945。
- [20] 宋晓梅, 徐建琦, 产业结构对京津冀大气环境的影响. 中国统计, 2014. 5。

附录:

基于高斯烟羽模拟垃圾焚烧炉浓度分布图程序代码:

%基于高斯烟羽模拟垃圾焚烧炉浓度计算及图像绘制


```

clear all;

[x,y]=meshgrid(0:20:5000,-2000:20:2000); %设定网格

Q=406.92; %NOx 的源强

sigy=0.08*x.*(1+0.0001*x).^(-0.5);%y 方向烟气扩散系数

sigz=0.06*x.*(1+0.0015*x).^(0.5);%z 方向烟气扩散系数

H=[ 130.5362776 132.7538462 119.9039121 120.3678051
120.4165713 120.8539326 126.8520578 132.2781406];%泄漏源有效高度

u=1./[ 2.137078652 2.047244094 2.706501548 2.675399361
2.672171254 2.643564356 2.305128205 2.065873016];%各个方向的速度

f=[ 0.033536585 0.042682927 0.079268293 0.384146341
0.240853659 0.082317073 0.067073171 0.070121951];%风频

s=size(u);%计算 u 的元素个数，以便设置循环次数
for i=1:s(2)

    Qpi=Q./(pi*u(i)*sigy.*sigz+eps);%计算公式第一部分

    ex1=exp(-0.5*(y./(sigy+eps)).^2);%计算公式第二部分

    ex2=exp(-0.5*(H(i)./(sigz+eps)).^2);%计算公式第三部分

    X1(:, :, i)=Qpi.*ex1.*ex2*f(i);%计算扩散气体浓度高维数组

end
X=X1;
for j=2:s(2)

    X(:, :, j)=X(:, :, (j-1))+X(:, :, j);%计算扩散气体浓度高维数组各二
维数组之和
end

X2=1000000*X(:, :, s(2));%计算求和后最终扩散气体浓度

mesh(x,y,X2);

xlabel('x 轴向距离(m)'),ylabel('y 轴向距离(m)'),zlabel('气体扩散
浓度'),

```

title('基于高斯烟羽模拟垃圾焚烧炉浓度分布图');

附表一:

<i>AQI</i>	<i>PM2.5/24h</i>	<i>PM10/24h</i>	<i>CO/24h</i>	<i>NO₂/24h</i>	<i>O₃/24h</i>	<i>SO₂/24h</i>
66	60	167	1.069	38	73	19
161	111	147	1.387	82	18	24
208	115	150	1.369	97	15	24
223	117	153	1.367	95	16	24
239	124	160	1.375	93	31	25
245	127	165	1.383	72	48	25
244	131	168	1.388	50	72	26
228	134	172	1.394	48	98	26
231	138	175	1.399	44	123	27
225	141	178	1.396	40	149	27
208	143	180	1.38	40	170	26
202	145	182	1.355	45	185	26
207	146	185	1.334	54	194	26