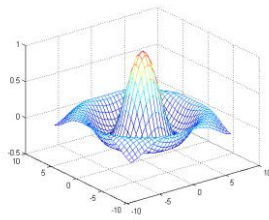


2016 年第十三届五一数学建模联赛



题目 关于工业企业能源合理分配的研究

摘要

本文主要研究了能源总量控制下的城市工业企业协调发展问题。通过建立综合评价、线性规划以及多目标规划模型分别求解出了不同条件下的能源分配方案，以实现能源利用效率和质量的提高。

问题一中，我们对产业结构及能源消费特征二者建立评价指标体系，采用熵权法求得各指标权重，利用线性加权综合法，得到综合能耗对产业结构影响最显著的结论，并将产业结构分成重工业、轻工业和化学工业三类，将能源消费特征分成五个等级。我们定义工业企业发展水平与现价产值、利税、人均产值比、产值能耗比有关，建立城市 C 的工业企业发展水平综合评价模型，使用模糊综合评判法得出城市 C 的工业企业发展水平为中等。

问题二中，由问题一中得到的能源消费特征企业分级表得到各级企业指标的数据总量，利用最小二乘法对数据拟合，得出三个指标均与综合能耗近似为线性关系。然后分别建立产值、利税、从业人员的线性规划模型，求解出对应最佳的能源分配方案。方案显示，降低产业结构相对落后的企业能源分配比重，提高产业结构相对先进企业的能源分配比重，从而使得能源利用率得到提高。

问题三中，参考问题一中得到的能源消费特征企业分级表和问题二中得到的三个指标的拟合曲线，分别求出三个指标的加权系数，建立多目标模糊线性规划模型，求出最优解，得出使城市 C 的工业企业产值、利税、从业人员受到的综合影响最小的能源分配方案。结果显示，能源分配的调动幅度大幅增加，主要的方向为将 A 类企业的能源大幅度调配给 B、D 类企业，从而提高能源的利用率。

问题四中，在工业企业产值总量增速不低于 8% 和每年能耗总量比上一年度下降 5% 的前提下，考虑从业人员影响度最小的因素，以求利税最大值（最小值）为目标函数建立线性分析模型，通过求解得到未来两年分配给 A、B、D、E 类企业能源总量减少，C 类企业能源总量增多的方案，建立数据包络分析的模型及算法对未来两年的利税水平进行定量评估，发现 C 城市的利税过高，应当适量降低利税比例以提高生产效益，给予企业更多的生产动力。

问题五中，我们结合实际的工业企业能源分配环境，在能源总量控制的前提下，参考问题一至问题四所得结论，发现实行优化产业结构、强化监督管理、进行利税改革、倡导节能减排等措施，能够实现能源利用效率和质量的提高，实现城市的可持续发展。

关键词：能源分配 熵权法 线性规划 模糊综合评判 数据包络分析

一、 问题重述

能源是国民经济的重要物质基础,是工业企业发展的动力,但是过度的能源消耗,会破坏资源和环境,不利于经济的可持续发展。目前我国正处于经济转型的关键时期,而经济的发展离不开能源,国家十三五发展规划中明确提出了要控制能源的消费。对每个工业企业来讲,能源消耗对工业企业的产值、利税等具有直接的影响,同时工业企业的自身发展也有利于社会稳定。如何在控制能源消耗总量的条件下,为工业企业合理配置能源,使得工业企业充分利用能源,并获得较高的产值和利税,是一个具有现实意义的问题。

请分析解决以下问题:

1. 对城市 C 的产业结构及能源消费特征进行定量分析,并建立数学模型对城市 C 的工业企业发展水平进行综合评价。
2. 假设城市 C 要求本年度能源消耗总量比上一年度下降 5%,请分别建立数学模型,给出使该市的工业企业产值、利税、从业人员受到的影响最小的各工业企业能源分配方案。
3. 如果城市 C 要求本年度能源消耗总量比上一年度下降 5%,请建立数学模型,给出城市 C 的各工业企业能源分配方案,使该市的工业企业产值与利税、从业人员受到的综合影响最小。
4. 如果城市 C 要求在未来 2 年,每年能源消耗总量比上一年度下降 5%,请建立数学模型,给出该市的各工业企业能源分配方案,使得工业企业产值总量增速不低于 8%,并就这一方案对城市 C 未来 2 年的利税水平进行定量评估。
5. 结合上述研究,给城市 C 的能源管理部门写一封信,谈谈如何在能源总量控制的前提下,对城市工业企业进行合理的能源分配,以提高能源利用效率和质量,并阐述你的政策建议。

二、 问题分析

2.1 问题一的分析

产业结构及能源消费特征是影响工业企业发展水平的重要因素,不合理的产业结构和能源消费特征使得工业发展水平较弱,降低了能源利用率,不利于城市的可持续发展。

我们假设能源消费特征专指能源强度,即单位产值需要消耗的能源(产值-能耗比)。通过查阅相关资料与数据分析,可以得到城市 C 的产业结构与其企业能源消耗、产值、利税、员工人数有关;工业企业发展水平与现价产值、利税、人均产值、产值-能耗比有关。

我们发现大量的数据中,其指标的类型及单位不相同,且存在异常值,需要对数据进行预处理,即数据的标准化与剔除异常值。首先,我们建立与待求量相关的评价指标,引入指标向量,建立评价指标体系,用熵权法确定评价指标权重,用线性加权综合法对产业结构与能源消费特征进行定性分析。之后,建立综合评价模型,运用模糊综合评判法求解,对工业企业发展水平进行综合评价。

2.2 问题二的分析

通过查阅资料、数据处理与分析讨论,可以得出工业企业产值、利税、从业人员与能源消费特征的关系,从问题一求得能源消费特征的等级分类,将各工业企业按等级分类。由城市 C 年度能源消耗总量比上一年度下降 5%,可以得到不同等级的能源消费特征

的变化情况及分配方案,其对应着各个等级工业企业产值、利税、从业人员的分配方案。对此,可以采用最小二乘法进行拟合,得出拟合曲线,再由此建立线性规划模型,建立目标函数,确定约束条件,并用 MATLAB 软件对其求解,分别得到三个模型的最优解,进而求得工业企业产值、利税、从业人员受到影响最小的各工业企业能源分配方案。

2.3 问题三的分析

与问题二类似,利用问题一求得的能源消费特征的等级分类,由城市 C 年度能源消耗总量比上一年度下降 5%,可以得到不同等级的能源消费特征的变化情况及分配方案,其对应着各个等级工业企业产值、利税、从业人员的分配方案。求三个指标的加权系数,以此来反映不同目标间的重要程度,将多目标模型转化为单一模型,进而建立模糊的多目标线性规划模型,建立目标函数与约束条件,最终对模型进行求解,得到最优解,求得工业企业产值、利税、从业人员受到的综合影响最小的各工业企业能源分配方案。

2.4 问题四的分析

能源在国民经济中居于十分重要的地位。它是我国社会主义现代化建设的三大制约因素之一。把有限的能源产品进行合理的分配,是保证社会主义再生产顺利进行的重要手段之一。问题四要求在工业企业产值总量增速不低于 8%的条件下给出未来两年的能源分配方案,并就这一方案对未来两年的利税水平进行定量评估。

该问题要求我们建立一个预测评估的模型。我们结合工业企业的利税要在分配方案下有所增长的实际要求,确定目标函数为求利税最大值(最小值)的关于能耗的近似的一次函数,用题给要求和一些不可抗拒的外界影响作为限定条件,即可求得预期能源分配方案。对利税水平的定量评估需要排除主观因素,数据包络分析的模型由于具有很强的客观性被我们采用。由以上的分析得到能源分配方案,建立模型进行多指标综合预测评估,基于综合评价的结果,可对利税水平进行定量评估。

2.5 问题五的分析

综合利用问题一到问题四的模型与评价分析结果,要求向能源管理部门写信。能源总量控制的前提告诉我们城市 C 的综合能耗的总量是受控制的。那么在能耗一定的情况下,对各个企业的能源分配进行合理调整,改变工业企业产值、利税、从业人员等指标,进而可以从一定程度上提高能源利用效率和质量。能源管理部门应该注重优化产业结构,进行利税改革,加强政府及相关部门的监督管理,提高能源利用率,实现城市的可持续发展。

三、 模型假设

1. 假设附件中提供的数据真实可靠。
2. 假设短时间内城市 C 的产业结构不变。
3. 假设分配给各企业的能源全部被消耗。
4. 假设每年的各个企业各项指标的变化不影响下一年各项指标的变化。
5. 假设综合能耗只受企业的现价产值、利税、从业人数三个指标的影响。

四、 符号说明

符号	符号说明
x_1	从业人数
x_2	现价产值
x_3	利税
x_4	综合能耗
x_5	人均产值
x_6	产值能耗比
n_i	第 i 个等级企业的总能耗
N_i	前一年第 i 个等级企业的总能耗
z_{ij}	第 i 等级的指标 j 的总量
Z_j	前一年的所有工业企业总产值、总利税、总从业人员
b_{ij}	对第 i 级第 j 个待求量拟合出来的曲线的常数系数向量
k_{ij}	对第 i 级第 j 个待求量拟合出来的曲线的斜率系数向量

五、 模型的建立与求解

5.1 问题一的模型建立与求解

5.1.1 建模的前期准备工作

1. 建立评价指标

假设城市 C 的产业结构与其企业能源消耗、产值、利税、员工人数有关；定义能源消费特征专指能源强度，即单位产值需要消耗的能源（产值-能耗比）；设工业企业发展水平与现价产值、利税、人均产值、产值-能耗比有关。

2. 数据预处理

1) 数据标准化

由于本文中指标变量的类型、单位不完全相同，为了消除变量的量纲效应，使得每个变量都具有同等的表现力，需要对数据进行标准化处理。标准化处理的方法有很多，我们运用 Excel 软件，选择了基于原始数据均值和标准差的 z-score 标准化方法，即

$$x_{ij} = \frac{X_{ij} - \bar{X}_j}{S_j}, i = 1, 2, \dots, m, j = 1, 2, \dots, n.$$

其中， $\bar{X}_j = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m X_{ij}, S_j = \sqrt{\frac{1}{m-1} \sum_{i=1}^m (X_{ij} - \bar{X}_j)^2}, j = 1, 2, \dots, n.$

2) 剔除异常值

异常值指样本中的个别值，其数值明显偏离它们所属样本的其余观测值，也称异常

数据，离群值。如果存在异常值但不剔除，会影响结果的准确性。首先，通过客观的观察分析，发现大量的数据中存在个别不合理的数据；于是我们采用 SPSS 软件对数据进行分析，用 Z 分数可识别异常值，将 Z 分数低于-3 或高于 3 的数据看成是异常值，并复查错误值、极端值，予以剔除，使得大量数据的准确性提高。

3. 评价指标体系的建立

由于我国各大小工业企业发展水平影响因素比较多而且复杂，因此工业企业发展水平评价指标应当全面反映现状、创造优势、规划战略、促进发展的评价目的；应当遵循科学性、客观性、合理性、独立性、动态性、可操作性等的基本原则；应当使用最新数据并结合行业特点。本文选取 4 个具体指标构成城市 C 的工业企业发展水平研究指标体系。这些指标包括：现价产值、利税、人均产值比及产值能耗比。

4. 确定评价指标权重

通过对比几种求权重的基本方法，我们结合本题所给的数据以及前一步所确定的评价指标，最终选择了熵权法这一求权重的经典方法。

1) 数据标准化

数据预处理已经对数据进行了相应的标准化。

2) 求各指标的信息熵

根据信息论中信息熵的定义，一组数据的信息熵，即

$$E_j = -\ln(n)^{-1} \sum_{i=1}^n p_{ij} \ln p_{ij}$$

其中， $p_{ij} = \frac{Y_{ij}}{\sum_{i=1}^n Y_{ij}}$ ，如果 $p_{ij} = 0$ ，则定义 $\lim_{p_{ij} \rightarrow 0} p_{ij} \ln p_{ij} = 0$ 。

3) 确定各指标权重

根据信息熵的计算公式，计算出各个指标的信息熵为 E_1, E_2, \dots, E_k ，通过信息熵计算各指标的权重。

$$\omega_i = \frac{1 - E_i}{k - \sum E_i} (i = 1, 2, \dots, k)$$

5. 1. 2 城市 C 的产业结构及能源消费特征的定量分析

产业结构及能源消费特征的定量分析是通过分析大量数据与一定的算法手段将多个指标的评价值合成一个综合评价值，主要采用了线性加权综合法。

1. 确定评价指标

城市 C 的产业结构与其企业能源消耗、产值、利税、员工人数有关，设第 i 个工业企业产业结构的指标分别为，

$$S_i = (x_1, x_2, x_3, x_4)$$

2. 确定权重系数

相应的权重系数向量为 $B = (b_1, b_2, b_3, b_4)$ ，则定量分析的综合指标记为 $y = f(S_i, B)$ ，

3. 建立函数

在本文中，通过线性加权综合法建立线性函数，作为综合评价值，即

$$y = \sum_{i=1}^4 x_i b_i$$

其结果按企业编号从小到大的顺序列出。

4. 比较与分类

通过对全部评价对象的综合指标 y 的大小进行比较，从而对产业结构进行合理分析

与分类。由前一步的结果排序可以对各企业产业结构进行分类，首先分析数据，设置分类标准；之后总结出各类别的性质，将工业企业分成三类。本文规定能源消费特征的分析指标为产值能耗比 $x_6 = \frac{x_2}{x_4}$ 。通过对全部工业企业的产值能耗比的数据进行分析比较，可以得到城市 C 的能源消费特征。

5. 定量分析结果

1) 产业结构的定量分析

表 5.1.1 产业结构的评价指标及权重

项目	评价指标	权重值
产业结构分析	人数	0.1414
	现价产值	0.1479
	利 税	0.1530
	综合能耗	0.5577

表 5.1.2 工业企业产业结构的分类

类别	分类标准	性质	分类结果
第一类	$y \in (-\infty, 0)$	高能耗高产值	重工业
第二类	$y \in (0, 1)$	低能耗低产值	轻工业
第三类	$y \in (1, +\infty)$	低能耗高产值	化工业

由表 5.1.1 可以得出，综合能耗的权重值在四项指标中最大，对产业结构的影响最显著。由表 5.1.2，分析线性加权综合法得出的综合评价，将工业企业产业结构进行分类，可以由分类结果总结出三种性质的工业，因此，将工业企业的产业结构分成重工业、轻工业和化学工业三类。

2) 能源消费特征的定量分析

表 5.1.3 能源消费特征等级及评价

等级	能源强度范围	企业所占比例	评价
A	$(10000, \infty)$	0.66%	强
B	$(1000, 10000]$	13.73%	较强
C	$(100, 1000]$	63.47%	中等
D	$(10, 100]$	19.68%	较弱
E	$[0, 10]$	2.46%	弱

能源消费特征与产值能耗比有着密切关系，产值能耗比越大，能源利用率越高。由表 5.1.3 与图 5.1.1 可以得到，能源消费特征为中等级别的企业所占比例最大，最终，将其分成五个等级，即强、较强、中等、较弱、弱。

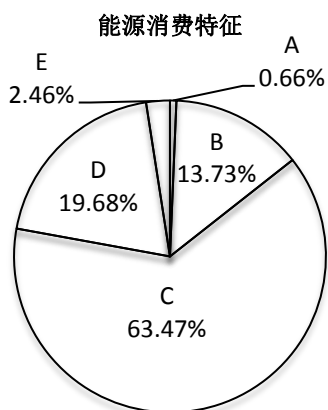


图 5.1.1 能源消费特征分析饼状图

5.1.3 城市 C 工业企业发展水平综合评价模型的建立

由于工业企业发展水平的综合评价模型涉及指标较少，因此可以通过一定的数学模型或算法进行一级模糊处理，采用模糊综合评判法，进而得到评价结果。

1. 建立城市 C 工业企业发展水平综合评价模型

设城市 C 的 4 项评价指标分别为

$$X = \{x_2, x_3, x_5, x_6\}$$

相应的权重向量为

$$A = [a_2, a_3, a_5, a_6]$$

确定评语集为

$$V = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$$

确定模糊综合判断矩阵，对指标 x_i 的判断记为

$$R_i = [r_{i1}, r_{i2}, r_{i3}, r_{i4}]$$

各指标的模糊综合判断矩阵为

$$R = \begin{bmatrix} r_{11} & \cdots & r_{14} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{41} & \cdots & r_{44} \end{bmatrix}$$

2. 模糊综合评判

进行矩阵合成运算

$$B = A \cdot R$$

取数值最大的评语作为综合评判结果。

5.1.4 模型的求解

1. 确定因素集

$$X = \{\text{现价产值 } x_2, \text{ 利税 } x_3, \text{ 人均产值 } x_5, \text{ 产值能耗比 } x_6\}$$

2. 确定评语集

$$V = \{\text{高 } v_1, \text{ 较高 } v_2, \text{ 中等 } v_3, \text{ 较低 } v_4, \text{ 低 } v_5\}$$

3. 用熵权法确定各因素权重

$$A = [0.047, 0.1211, 0.0011, 0.8307]$$

4. 确定模糊综合评判矩阵

对每个因素做出评判，构成评判矩阵，即

$$R = \begin{bmatrix} 0.1394 & 0.4855 & 0.1835 & 0.1806 & 0.011 \\ 0.0084 & 0.3325 & 0.2851 & 0.3519 & 0.0220 \\ 0.0261 & 0.3372 & 0.5233 & 0.0767 & 0.0367 \\ 0.1442 & 0.2018 & 0.4330 & 0.1967 & 0.0242 \end{bmatrix}$$

5. 模糊综合评判

进行矩阵合成运算

$$B = [0.1274 \quad 0.2312 \quad 0.4035 \quad 0.2146 \quad 0.0233]$$

由此可知，数值最大的评语为“中等”。

表 5.1.4 工业企业发展水平的综合评价

项目	评价指标	权重值
工业企业 发展水平 分析	产 值	0.0471
	人均产值	0.0011
	利 税	0.1211
	产值能耗比	0.8307
	等级	评价结果
	高	0.1274
	较高	0.2312
	中等	0.4035
	低	0.2146
	较低	0.0233

综合以上分析，取评语集中权重最高的那项，作为对 C 城市工业企业发展水平的最终结果。由表 5.1.4 知，“中等”评价所占权重为 0.4035，为五项评语集中最高，因此城市 C 工业企业发展水平的评价结果为“中等”。

5.2 问题二模型建立与求解

5.2.1 模型的前期准备

1. 整理数据

确定能源消费特征为能源消耗的参考指标，确定决策变量为每级能源的综合能耗变化量。根据问题一中对能源消耗的定量分析得到各个等级企业的分级表，计算出各级企业产值、利税、从业人员、综合能耗的总量，如下表。

表 5.2.1 各等级企业分级表

等级	区间	比例	产值总量 /万元	利税总量 /万元	从业人员 总量 /万人	综合能耗 /万吨
A	(10000, ∞)	0.0066079	26871.1872	5546.99138	15.3565	81.6044076
B	(1000, 10000]	0.1372981	20556.4341	4892.06871	19.3	158.860102
C	(100, 1000]	0.6347283	27743.3172	6726.22947	33.1714	128.985338
D	(10, 100]	0.1967695	13264.2280	3081.94926	20.2784	383.745084
E	[0, 10]	0.0245962	7707.40182	1660.71155	14.2918	2540.98697

2. 利用最小二乘法进行数据拟合

为要求在结点上近似地满足插值条件，并使他们的整体误差最小，采用线性最小二乘法对数据进行拟合，分别建立 C 城市综合能耗与企业产值、利税、从业人员的线性目标函数。

设 $\{\phi_k(x)\}_{k=0}^m$ 是一个线性无关的函数系，则称线性组合 $\phi(x) = \sum_{k=0}^m a_k \phi_k(x)$ 为广义多项式。设由给定的一组测量数据 (x_i, y_i) 和一组正数 $w_i (i=1, 2, \dots, n)$ ，求一个广义多项式 $\phi(x) = \sum_{k=0}^m a_k \phi_k(x)$ 使得目标函数

$$S = \sum_{i=1}^n w_i [\phi(x_i) - y_i]^2$$

达到最小，则称函数 $\phi(x)$ 为数据 $(x_i, y_i) (i=1, 2, \dots, n)$ 关于权系数 $w_i (i=1, 2, \dots, n)$ 的最小二乘拟合函数。

5.2.2 线性规划模型的建立

假设企业的能源消耗为分配给该企业的能源量。在比去年综合能耗下降 5% 的条件下，要分别得到该市的工业企业产值、利税、从业人员受到影响最小的工业能源分配方案，就是给出各工业企业综合能耗的分配方案。由拟合曲线可知，产值、利税、从业人员分别与综合能耗均可近似为线性关系，因此采用线性规划模型。

1. 建立目标函数

$$z_{ij} = b_{ij} + k_{ij} \cdot n_i$$
$$\min \Delta z_j = \left| \sum_{i=1}^5 z_{ij} - Z_j \right|$$

其中， $i=1, 2, 3, 4, 5$ ，代表 ABCDE 五个不同的等级； $j=1, 2, 3$ ，分别代表第 i 个等级企业的产值、利税、从业人员总量。

2. 建立约束条件

$$s. t. \begin{cases} \frac{\sum_{i=1}^5 N_i - \sum_{i=1}^5 n_i}{\sum_{i=1}^5 N_i} = 5\% \\ \frac{n_i}{N_i} \leq 5\% (i = 1, 2, 3, 4, 5) \end{cases}$$

注：变动幅度不超过 5% 是我们考虑实际情况主观进行的限制，避免计算时误差过大数据异常。

5.2.3 模型的求解

首先，通过 MATLAB 软件，使用最小二乘法进行线性拟合，得出各等级企业的产值、利税、从业人员关于综合能耗的函数，如表 5.2.2。

表 5.2.2 各等级企业的产值、利税、从业人员关于综合能耗的函数

等级	函数
A	$z_{11} = 31.4707n_1 + 51.1528$
	$z_{12} = 5.9489n_1 + 12.8792$
	$z_{13} = 0.0374n_1 + 0.0313$
B	$z_{21} = 5.9472n_2 + 35.6576$
	$z_{22} = 1.8812n_2 + 8.3513$
	$z_{23} = 0.0033n_2 + 0.0341$
C	$z_{31} = 171.5347n_3 + 4.7609$
	$z_{32} = 42.4734n_3 + 1.0574$
	$z_{33} = 0.0861n_3 + 0.0187$
D	$z_{41} = 6.7273n_4 + 19.9304$
	$z_{42} = 1.9482n_4 + 4.3551$
	$z_{43} = 0.0048n_4 + 0.0344$
E	$z_{51} = 1.8353n_5 + 46.1194$
	$z_{52} = 0.6356n_5 + 0.6911$
	$z_{53} = 0.0038n_5 + 0.0711$

其中具有代表性的函数散点图如图 5.2.1、图 5.2.2 及图 5.2.3。

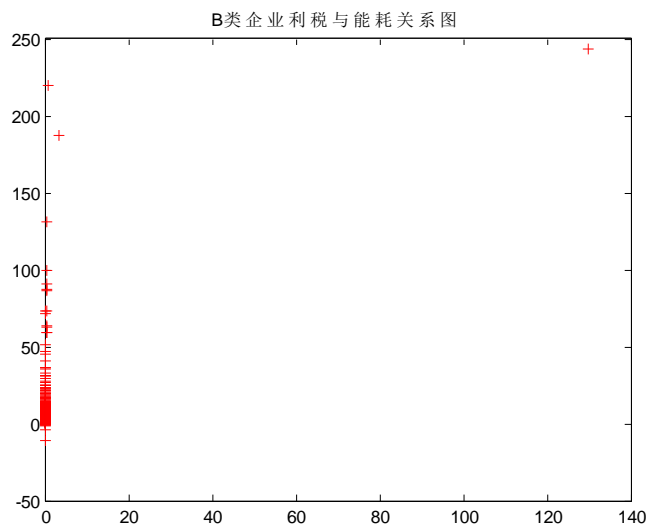


图 5.2.1 B 类企业利税与能耗关系图

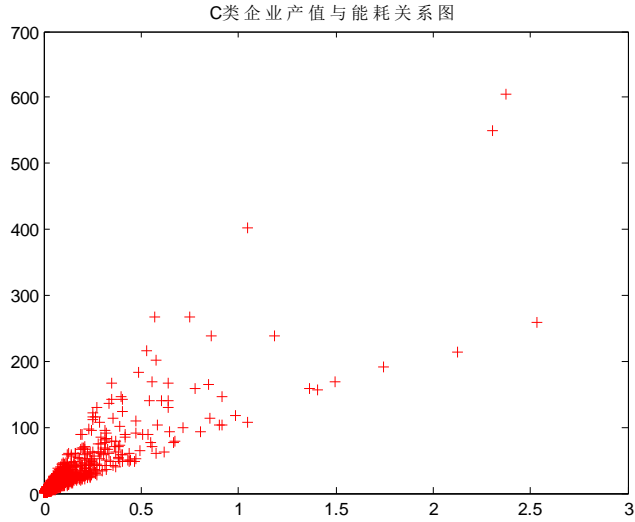


图 5.2.2 C类企业产值与能耗关系图

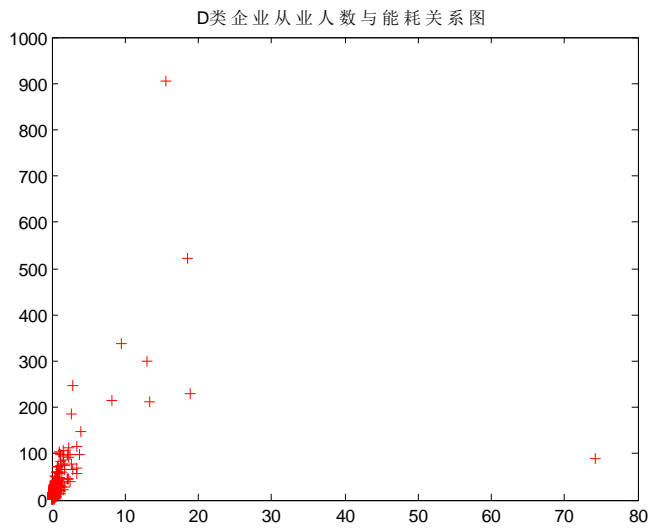


图 5.2.3 D类企业从业人数与能耗关系图

我们把下一年度的能耗总量按本年度的 95%进行计算，然后使产值、利税、从业人员总数的变动幅度不超过 5%，运用 MATLAB 软件，求使 Δz_j 最小的 n_i ($i=1, 2, 3, 4, 5$)的分配方案，利用目标函数和约束条件求解最优解，结果如表 5.2.3。

表 5.2.3 不同等级的产值、利税、从业人员影响最小能源分配

等级	产值影响最小的能源分配 (万吨)	利税影响最小能源分配 (万吨)	从业人员影响最小能源分配 (万吨)
A	80	77.9	77.9
B	150	151.1	151.2
C	120	122.6	122.5
D	364.9	363.9	363.8
E	2414.8	2414.1	2413.9

该表格每一列的分配数额，即为分别对产值、利税、从业人员影响最小的能源分配方案。三个方案的共同特征为：降低产业结构相对落后的企业能源分配比重，提高产业结构相对先进企业的能源分配比重，从而使得能源利用率得到提高。但这里的调配属于小幅度调配，各类企业分配数额改变的幅度并不大。

5.3 问题三的模型建立与求解

5.3.1 模型的前期准备

1. 整理数据

与问题二类似，确定决策变量为每级能源的综合能耗变化量。根据问题一中对能源消耗的定量分析得到各个等级企业的分级表，计算出各级企业产值、利税、从业人员、综合能耗的总量，如表 5.2.1。

2. 计算三个指标的加权系数

为工业企业产值、利税、从业人员三个目标分别赋予合理的权系数，以反映不同目标间的重要程度，把多目标模型转化为单一目标的模型。

5.3.2 多目标模糊线性规划模型的建立

为得到使城市 C 工业企业产值、利税、从业人员受到综合影响最小的能源分配方案，我们随各级能耗的变化情况的分配方案对三个指标同时进行影响度分析，得到使工业企业产值、利税、从业人员同时受到影响最小的最优能源分配方案，选用多目标规划模型。假设企业的能源消耗为分配给该企业的能源量。在比去年综合能耗下降 5% 的条件下，要得到该市的工业企业产值、利税、从业人员同时受到影响最小的工业能源分配方案，就是给出各工业企业综合能耗的分配方案。由拟合曲线可知，产值、利税、从业人员与综合能耗近似为线性关系，因此采用多目标模糊线性规划模型。

1. 建立目标函数

$$\min \sum_{j=1}^3 \Delta z_j = \left| \left(\sum_{i=1}^5 b_{ij} + k_{ij} \cdot n_i \right) - \sum_{j=1}^3 Z_j \right|$$

2. 建立约束条件

$$s. t. \begin{cases} \frac{\sum_{i=1}^5 N_i - \sum_{i=1}^5 n_i}{\sum_{i=1}^5 N_i} = 5\% \\ \frac{n_i}{N_j} \leq 5\% (i = 1, 2, 3, 4, 5) \\ \frac{\sum_{j=1}^3 \Delta z_j}{\sum_{j=1}^3 Z_j} \leq 5\% \end{cases}$$

注：变动幅度不超过 5% 是我们考虑实际情况主观进行的限制，避免计算时误差过大数据异常。

5.3.3 模型的求解

对下一年度的能耗总量按本年度的 95% 进行计算，然后使产值、利税、从业人员总数的变动幅度不超过 5%，运用 MATLAB 软件，求使综合影响最小的 $n_i (i = 1, 2, 3, 4, 5)$ 的分配方案，利用目标函数和限制条件求解最优解，结果如下表。

表 5.3.1 不同等级的产值、利税、从业人员综合影响最小的能源分配

等级	综合影响最小的能源分配（万吨）
A	80
B	986.8056
C	120
D	948.2453
E	994.4219

表 5.3.1 所展示的数据,即为产值、利税、从业人员综合影响最小的能源分配方案。与问题二的能源分配方案相比,可以得到,能源分配的调动幅度大幅增加,主要的方向为将 A 类企业的能源大幅度调配给 B、D 类企业,从而提高能源的利用率。

5.4 问题四的模型建立与求解

5.4.1 模型的前期准备

1. 利用最小二乘法进行数据拟合

对问题中的数据利用最小二乘法分别求对利税-综合能耗、能耗-产值、从业人员数-能耗拟合出近似的函数关系式。

2. 明确指标含义

定义工业企业产值总量增速为当前的工业企业现价总产值比去年同期产值增加的量除以去年同期工业企业现价总值,则未来 2 年工业企业产值总量增速不低于 8%,即未来 2 年每一年的总产值增速均不低于 8%。

5.4.2 模型的建立

结合实际考虑,对工业企业能源的分配应考虑企业总利税和从业人员随之受到的影响。因此我们通过使用一定的模型和算法,在工业企业产值总量增速不低于 8%、从业人员数受到影响最小的条件下,寻找能源分配对利税产生的最积极和最消极影响时的能源分配方案,从而间接求解出能源分配方案,并利用数据包络分析对未来两年利税水平进行评估。

1. 建立目标函数

$$\min(\max) \sum_{i=1}^5 z_{i2} = \sum_{i=1}^5 b_{i2} + k_{i2} \cdot n_i$$

2. 建立约束条件

$$s. t. \begin{cases} \sum_{i=1}^5 n_i = \sum_{i=1}^5 N_i \cdot 95\% \cdot 95\% \\ \frac{\sum_{i=1}^5 z_{i1} - \sum_{i=1}^5 Z_{i1}}{\sum_{i=1}^5 z_{i1}} \geq 8\% \\ \frac{\sum_{i=1}^5 z_{i3} - \sum_{i=1}^5 Z_{i3}}{\sum_{i=1}^5 z_{i3}} \rightarrow 0 \end{cases}$$

3. 进行数据包络分析的工作
其流程图如下

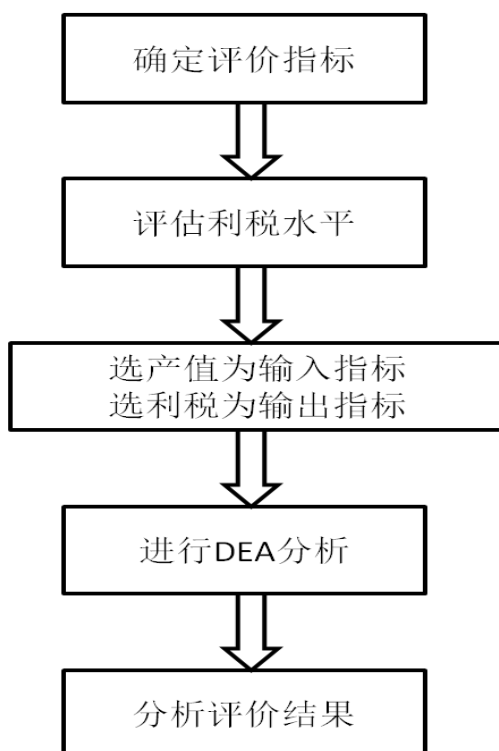


图 5.4.1 数据包络分析法流程图

5.4.3 模型的求解

运用 MATLAB 软件，求复合目标函数的 n_i ($i = 1, 2, 3, 4, 5$) 的分配方案，利用目标函数和限制条件求解最优解，结果如下表。

表 5.4.1 利税最大的能源分配方案

等级	第一年分配额 (万吨)	第二年分配额 (万吨)
A	613.1181	565.2526
B	602.7019	539.6747
C	711.2176	797.384
D	602.9691	539.2019
E	599.4662	531.4859

表 5.4.2 利税最小的能源分配方案

等级	第一年分配额 (万吨)	第二年分配额 (万吨)
A	595.8727	594.0699
B	692.8879	594.9869
C	437.2772	594.3509
D	690.2912	594.7314
E	713.1438	594.8601

通过将方案中的数值带入问题二中求得的企业利税关于能源分配量的函数，我们得到未来两年利税的范围，即

第一年：[25246.33086, 36572.06991]，单位：万元

第二年：[31461.53819, 39661.0965]，单位：万元

将每一年的利税、产值分别作为输出与输入变量进行数据包络分析，得出以下结果：

表 5.4.3 以利税最高为目的的分配方案

指标	今年	第一年	第二年
产值	96142.56843	150192.3176	162537.9037
利税	21907.95036	36572.06991	39661.0965
相对效率值	0.00004263	0.00002729	0.00002521
结论	效率值很低，利税相对产值过高。		

表 5.4.4 以利税最低为目的的分配方案

指标	今年	第一年	第二年
产值	96142.56843	103991.7371	129436.4094
利税	21907.95036	25246.33086	31461.53819
相对效率值	0.00004279	0.00003956	0.00003178
结论	效率值很低，但相对最大分配方案有了部分提高。		

由此我们可以推断得到：城市 C 的利税过高，应当适量降低利税比例以提高生产效率，给予企业更多的生产动力。

5.5 问题五

结合上述研究，我们写了一封关于“如何在能源总量控制的前提下，对城市工业企业进行合理能源分配”的信，如下：

尊敬的能源管理部门：

您好！

通过分析数据，并依据我们建立的数学模型，首先对该城市的产业结构及能源消费特征进行评估，并对表中的企业进行分类。通过计算分析，我们认为该城市的工业企业发展水平处在中等水平，产业结构落后的企业所占比例偏高，且消耗了过多的能源，这不利于能源的利用效率以及国家可持续发展战略的实施。

通过模型，我们计算得出了合理的能源分配方案，并与本年度的实际分配结果作对比，提出如下优化政策与建议：

1. 优化产业结构，协调工业发展。

结合问题一中对产业结构的定量分析与分类，依据工业企业中三类工业所占的比重，城市应合理调整各类工业所占比重，努力实现各种工业协调发展，相互促进的工业格局。

2. 强化监督管理，控制能源分配。

结合问题二与问题三中相关指标对能源分配的影响，政府及相关部门应综合各种指标的影响，建立能源分配制度，加大监管力度，控制能源分配总量，杜绝私自开采能源、滥用能源现象，使能源分配保质保量落实在各个企业上，将能源更多地分配给先进的企业，同时相应减少落后企业的能源供给，实现能源分配的合理化。

3. 增强企业意识，进行利税改革。

增强企业的能源分配意识，推进利税改革，强化能源消费环节税收调节，提高企业生产效率，严格控制高耗能产业，提高企业生产效率。该城市的利税水平相对于产值过高，应当减少利税要求，从而鼓励企业多生产，提高能源利用率。

4. 鼓励创新技术，提高能源利用率。

通过查阅资料，了解到我国能源分配与利用的现状，在能源利用率较低的趋势下，我们应该鼓励创新技术，在有限的可利用能源情况下，采用新技术，创造出更加丰富的

经济效益与社会效益。

5. 倡导节能减排，实现可持续发展。

在全球能源紧张的大形势下，在控制能源总量、合理分配能源的同时，需注重能源的节约及循环利用，实现能源利用最大化与效益最优化，实现可持续发展。

六、 模型评价、改进及推广

问题一中，我们采用线性加权综合法对产业结构与能源消费特征定量分析，计算出的最终分数能够较好地地区分出各个产业的等级，利于对企业进行等级划分；但另一方面，由于所给数据部分值偏离整体水平过高或者过低，导致分数中出现了某些极大值与极小值，不利于进行精确的分级。在计算权重的过程中，使用的熵值法通过对全部数据进行分析，较为准确地给出了各个指标对于评价对象的权重，为广泛适用的求权重方法。对于工业企业发展水平建立的模糊综合评判法，能够较为全面地从总体上做出合理的评价。

问题二中，利用最小二乘法进行线性拟合，求解出产值、从业人员与利税关于能耗的一元线性函数模型，可以较为粗略地得出两者间的关系，但对于本题的数据来说，离散程度较大，结果存在偏差。利用单目标的线性规划对能源分配方案进行求解，得到的三个方案彼此的区分度不是很大，存在着部分误差，因此，线性规划模型适用于求解对变量限制条件足够多的情况。

问题三中，使用的多目标线性规划模型，较好地求解出了理想的分配方案，得益于相对问题二中对变量更多的限制条件及更多的目标函数，该模型适用于求解目标函数和限制条件都足够多的情况。

问题四中，使用的数据包络分析法，用来计算利税与产值之间的相对效率，从而推断利税水平是否合理，效率越高表示当前税利水平相对平缓，没有因过高或者过低而对企业的生产产生消极影响。数据包络分析法具有着科学性与合理性，此模型具有推广性。

问题五中，对前四问的问题进行评价分析，给城市C能源管理部门写信，主要为做一系列的宏观调整，大体上，我们对能源总量控制下的城市工业企业协调发展问题进行分析，体现了我们对实际情况的分析、总结、概括能力。

模型中的各评价指标权重及评价指标所对应的评价值的确定均带有分析者的主观因素，因此，模型不免有一定的局限性。但评价体系建立者的主观认识正是综合评价模型的极大改进推广之处，模型建立者对客观事物的认识越充分，则相应评价模型的权威性越强。

七、 参考文献

- [1] 司守奎孙玺菁，数学建模算法与应用，北京：国防工业出版社，2015。
- [2] 韩中庚，数学建模方法及其应用，北京：高等教育出版社，2006。
- [3] 姜启源谢金星叶俊，数学模型，北京：高等教育出版社，2011。
- [4] 卓金武，MATLAB在数学建模中的应用，北京：北京航空航天大学出版社，2014。
- [5] 吴瑾，基于面板数据模型的我国能源消费特征研究，资源与产业，第17卷第4期：2015，75-81。
- [6] 崔立瑶刘忠，区域工业发展水平评价方法研究，四川大学学报（自然科学版），第43卷第1期：2006，89-93。
- [7] 吴昊，我国各省规模以上工业企业发展水平的研究，柳州专师学报，第28卷第1期：2013，128-137。

八、 附录

程序代码

%熵权法计算权重

x= xlsread('熵值法计算产值结构权重.xls');

y=[]

[m,n]=size(x);

for i=1:n

 y(:,i)=x(:,i)/sum([x(:,i)])

end

for l=1:n

 s(1,l)=0;

 for j=1:m

 p(1,l)=y(j,l)*log(y(j,l))

 s(1,l)=s(1,l)+p(1,l)

 end

end

k=(log(m))⁽⁻¹⁾

e=-k*s

h=ones(1,n)-e

w=h/sum(h)

sum(w)

g=y*w'

%模糊综合分析法

A=[0.0471 0.1211 0.0011 0.8307]

R=[380/2725 1323/2725 500/2725 492/2725 30/2725

 23/2725 906/2725 777/2725 959/2725 60/2725

 71/2725 919/2725 1426/2725 209/2725 100/2725

 393/2725 550/2725 1180/2725 536/2725 66/2725]

B=A*R

%线性拟合的最小二乘法

n=1180;m=1;

y=xlsread('问题 2.xls',5);

y(:,[2,3,4])=[];

x=xlsread('问题 2.xls',5);

x(:,[1,2,3])=[];

plot(x,y,'r+')

title('C类企业产值与能耗关系图');

z=x;

x=[ones(n,1),x];

[b,bint,r,rint,stats]=regress(y,x);

b,bint,stats

```

%求解单目标最优解
f=[0.6356,1.9482, 42.4734,1.8812,5.9489];
a=[1 0 0 0 0
    0 1 0 0 0
    0 0 1 0 0
    0 0 0 1 0
    0 0 0 0 1
    -1.8353 0 0 0 0
    0 -6.7273 0 0 0
    0 0 -171.5347 0 0
    0 0 0 -5.9472 0
    0 0 0 0 -31.4707]
b=[2540.986965
    383.7450844
    128.9853383
    158.8601022
    81.60440757
    -7661.282429
    -13244.29764
    -27738.55631
    -20520.77652
    -26820.03443];
aeq=[1,1,1,1,1];
beq=3129.472803;
[x,y]=linprog(f,a,b,aeq,beq,zeros(5,1));
x,y=-y

%问题四
f=[-0.6356,-1.9482,-42.4734,-1.8812,-5.9489];
a=[-1.8351 -6.7273 -171.5347 -5.9472 -31.4707];
b=[-103676.3528];
aeq=[1,1,1,1,1];
beq=3129.472803;
[x,y]=linprog(f,a,b,aeq,beq,zeros(5,1));
x,y=-y

%多元线性回归
a=[-1.8351 -6.7273 -171.5347 -5.9472 -31.4707];
b=[-112140.6918];
aeq=[1,1,1,1,1];
beq=2972.999162;
c1=[0.6356 1.9482 42.4734 1.8812 5.9489];
c2=[0.0038 0.0048 0.0861 0.0033 0.0374];

```

```

fun=@(x)[c1;c2]*x;
[x1,g1]=linprog(c1,a,b,aeq,beq,zeros(5,1))
[x2,g2]=linprog(c2,a,b,aeq,beq,zeros(5,1))
g3=[g1;g2];
[x,fval]=fgoalattain(fun,rand(5,1),g3,abs(g3),a,b,aeq,beq,zeros(5,1))

```

% 包络分析模型

```

x=[96142.56843 103991.7371 129436.4094];
y=[21907.95036 25246.33086 31461.53819];
n=size(x',1);
m=size(x,1);
s=size(y,1);
A=[-x',y'];
b=zeros(n,1);
LB=zeros(s+m,1);
UB=[];
for i=1:n;
    f=[zeros(1,m) -y(:,i)'];
    Aeq=[x(:,i)',zeros(1,s)];
    beq=1;
    w(:,i)=linprog(f,A,b,Aeq,beq,LB,UB);
    E(i,i)=y(:,i)*w(m+1:m+s,i);
end
w
E
omega=w(1:m,:)
mu=w(m+1:m+s,:)

```

```

x1=linspace(0,8);
y11=46.1194+1.8353*x1;
plot(x1,y11);

```